ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Περιοδικό φαινόμενο - Απλή αρμονική ταλάντωση (Κινηματική και Δυναμική προσέγγιση)

Α. Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

1. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και πραγματοποιεί 10 ταλαντώσεις σε χρόνο 5 s. Η συχνότητα ταλάντωσής του είναι:
α. 0,5 Hz. **β.** 2 Hz. **γ.** 4π Hz. **δ.** 5 Hz.

2. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η συχνότητα με την οποία διέρχεται από τη θέση ισορροπίας είναι 0,5 Hz. Η περίοδος της Α.Α.Τ. είναι ίση με:
α. 1 s. **β.** 2 s. **γ.** 0,5 s. **δ.** 4 s.

3. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και μετά από τρεις πλήρεις ταλαντώσεις το συνολικό μήκος της διαδρομής είναι 6m. Η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων είναι:
α. 1 m. **β.** 2 m. **γ.** 0,5 m. **δ.** 6 m.

4. Η περίοδος του ωροδείκτη ενός ρολογιού είναι:
α. 1 h. **β.** 24 h. **γ.** 12 h. **δ.** 2 h.

5. Η περιστροφή της γης γύρω από τον άξονά της είναι:
(Επιλέξτε τη σωστή / τις σωστές απαντήσεις)
α. Περιοδική κίνηση. **β.** Ταλάντωση. **γ.** Περιοδικό φαινόμενο. **δ.** Γραμμική Ταλάντωση.

6. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και ο χρόνος για να μεταβεί από τη Θέση Ισορροπίας σε μία ακραία θέση είναι 0,25 s. Η γωνιακή συχνότητα είναι:
α. 2π rad/s. **β.** 8π rad/s. **γ.** 0,5π rad/s. **δ.** π rad/s.

7. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή t=0 είναι στη θέση x=-A. Η επιτάχυνσή του θα πάρει την τιμή $\alpha=+\alpha_{max}$ μετά από χρόνο:
α. T/4. **β.** T. **γ.** T/2. **δ.** 3T/4.

8. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με α < 0 και επιβραδύνεται. Το σώμα κινείται:
α. Από τη θέση x = 0 στη θέση x = -A. **β.** Από τη θέση x = 0 στη θέση x = +A.
γ. Από τη θέση x = +A στη θέση x = 0. **δ.** Από τη θέση x = -A στη θέση x = 0.

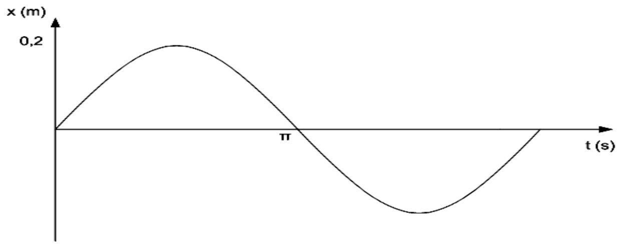
9. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις μας δίνει το πλάτος της ταχύτητας σε μία Α.Α.Τ. ;
α. $\upsilon_{max} = \omega^2 A$ **β.** $\upsilon_{max} = 2\pi T A$ **γ.** $\upsilon_{max} = 2\pi A$ **δ.** $\upsilon_{max} = 2\pi f A$

10. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο 4s. Όταν το σώμα διέρχεται από τη Θέση Ισορροπίας η ταχύτητά του είναι 1m/s. Οι ακραίες θέσεις απέχουν απόσταση που είναι ίση με:
α. 2/π m. **β.** π m. **γ.** 4/π m. **δ.** π/4 m.

11. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και κινείται από τη Θέση Ισορροπίας σε μία από τις ακραίες θέσεις με θετική ταχύτητα. Η επιτάχυνση του σώματος είναι:
α. α > 0. **β.** α < 0. **γ.** α = 0. **δ.** $\alpha = +\alpha_{max}$.

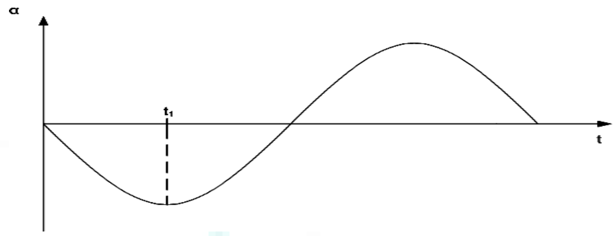
12. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και διέρχεται από μία θέση της τροχιάς του στην οποία η ταχύτητα είναι μέγιστη. Η δύναμη επαναφοράς σε αυτή τη θέση είναι:
α. $F = F_{max}$. **β.** F = 0. **γ.** $F = -F_{max}$. **δ.** F < 0.

13. Το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου φαίνεται στο σχήμα. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι ίση με:



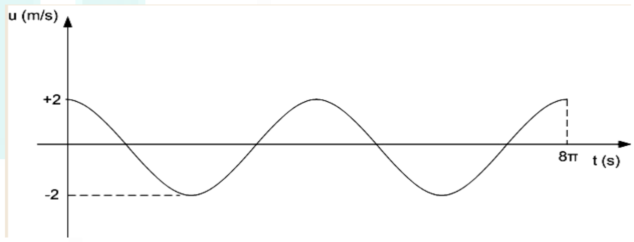
α. 2π m/s.
β. π m/s.
γ. 5 m/s.
δ. 0,2 m/s.

14. Το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή t_1 :



α. $x = 0$.
β. $\upsilon = -\upsilon_{max}$.
γ. $F = -F_{max}$.
δ. $x = -A$.

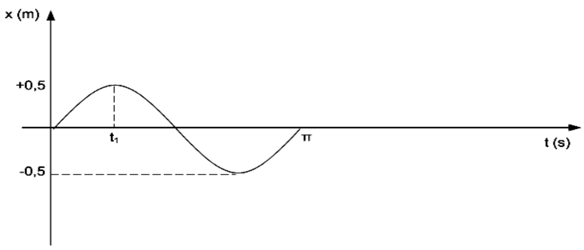
15. Το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου φαίνεται στο σχήμα. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι:



α. 2 m.
β. 4 m.
γ. 8π m.
δ. 8 m.

16. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ με περίοδο Τ. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος Α της ταλάντωσης τότε η συχνότητά του f θα:
α. παραμείνει σταθερή **β.** διπλασιαστεί
γ. υποδιπλασιαστεί **δ.** υποτετραπλασιαστεί

17. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου φαίνεται στο σχήμα.Τη χρονική στιγμή t_1 η επιτάχυνση είναι:

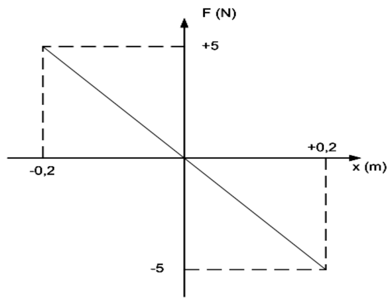


α. -2 m/s^2.
β. 0.
γ. $-0{,}5$ m/s^2.
δ. $+2{,}5$ m/s^2.

18. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Η σταθερά επαναφοράς D υπολογίζεται από τη σχέση:

α. $D = m\omega$. **β.** $D = \frac{f}{a}$. **γ.** $D = m2\pi f$. **δ.** $D = m\frac{4\pi^2}{T^2}$.

19. Α) Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα δύναμης επαναφοράς-απομάκρυνσης.
Η σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης είναι ίση με:



α. 5 N/m.
β. 1 N/m.
γ. 25 N/m.
δ. 2 N/m.

Β) Η μάζα του σώματος είναι m=4kg και η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι D=100 N/m. Το σώμα για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση χρειάζεται χρόνο ίσο με:
α. 0,5π s. **β.** 0,4π s. **γ.** 2π s. **δ.** 0,25π s.

20. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής $x = A\eta\mu\omega t$. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή;
α. $\alpha = \omega x$ **β.** $\alpha = -\omega^2 x$ **γ.** $\alpha = -\omega x^2$ **δ.** $\alpha = -\omega x$

21. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης F. Αν χ είναι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, για τη δύναμη F ισχύει ότι:
α. F = -50.x. **β.** F = 20.x. **γ.** $F = 10.x^2$. **δ.** F = 50-10.x.

22. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι:
α. διαρκώς ομόρροπη με την ταχύτητα. **β.** ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς.
γ. γραμμική συνάρτηση του χρόνου. **δ.** αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

23. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και γωνιακής συχνότητας ω. Επιλέξτε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις.
α. Σε κάθε περίοδο το σώμα διανύει διάστημα 4Α.
β. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και η δύναμη επαναφοράς ΣF είναι διαρκώς αντίρροπες.
γ. Η φάση της ταχύτητας είναι μεγαλύτερη της φάσης της απομάκρυνσης κατά π rad.
δ. Η απομάκρυνση x από τη Θέση Ισορροπίας του και η επιτάχυνση του α συνδέονται με τη σχέση: $\alpha = -\omega^2.x$.
ε. Η απομάκρυνση και η ταχύτητα έχουν την ίδια φάση.

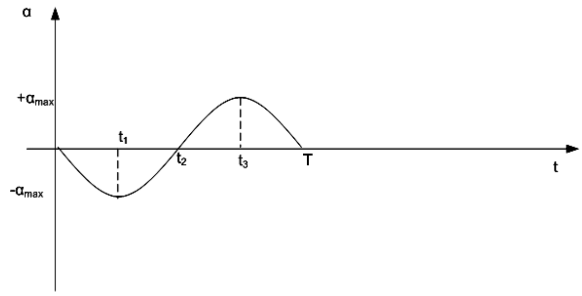
Β. Ερωτήσεις Σωστού – Λάθους.

Σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις, επιλέξτε τουλάχιστον μία απάντηση.

1. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και κάποια χρονική στιγμή βρίσκεται στη θέση x=+A. Μετά από χρόνο T/2:
α. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας θα είναι μηδέν.
β. Η δύναμη επαναφοράς θα είναι μέγιστη κατά απόλυτη τιμή.
γ. Η ταχύτητα του σώματος θα είναι μηδέν.
δ. Η απομάκρυνση θα είναι μηδέν.

2. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με πλάτος Α. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης θα μεταβληθούν:
α. η σταθερά επαναφοράς. **β.** η γωνιακή συχνότητα.
γ. το πλάτος της ταχύτητας. **δ.** Το πλάτος της δύναμης επαναφοράς.

3. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου.



α. Η χρονική στιγμή t_1 αντιστοιχεί σε απομάκρυνση όπου η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική.
β. Η χρονική στιγμή t_2 αντιστοιχεί στη Θέση Ισορροπίας.
γ. Η χρονική στιγμή t_3 αντιστοιχεί σε θέση όπου ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι μηδέν.
δ. Η χρονικές στιγμές t_1 και t_2 διαφέρουν χρονικά T/2.

4. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Διατηρώντας σταθερή τη μάζα του σώματος τετραπλασιάζουμε τη σταθερά επαναφοράς D. Το πλάτος της ταλάντωσης Α παραμένει σταθερό.
α. Η συχνότητα ταλάντωσης διπλασιάζεται.
β. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής στις ακραίες θέσεις τετραπλασιάζεται.
γ. Το πλάτος της ταχύτητας υποδιπλασιάζεται.
δ. Το πλάτος της επιτάχυνσης διπλασιάζεται.

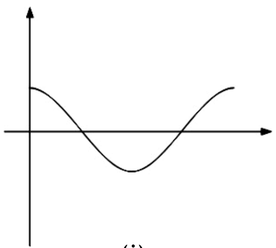
5. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ.
α. Η σχέση $F = -D.x$ είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη Α.Α.Τ.
β. Η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη στο κέντρο της τροχιάς.
γ. Η σταθερά D εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης.
δ. Η σταθερά D εξαρτάται από μεγέθη χαρακτηριστικά του ταλαντούμενου συστήματος.

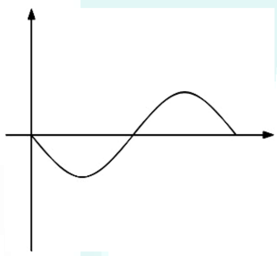
Γ. Ερωτήσεις αντιστοίχισης.

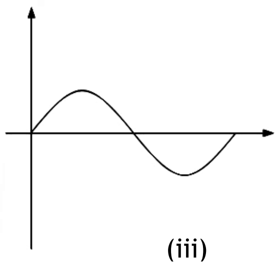
1. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται στη θέση x = -A. Να αντιστοιχίσετε τις χρονικές στιγμές με τις τιμές των μεγεθών:

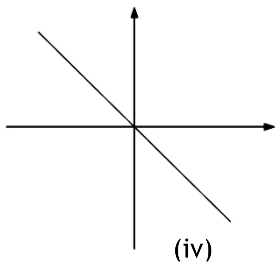
Τιμές μεγεθών	**Χρονικές στιγμές**			
$x = +A$	**α.** T/4.	**β.** T/2.	**γ.** 3T/4.	**δ.** T.
$υ = -υ_{max}$	**α.** T/4.	**β.** T/2.	**γ.** 3T/4.	**δ.** T.
$α = +α_{max}$	**α.** T/4.	**β.** T/2.	**γ.** 3T/4.	**δ.** T.
$υ = +υ_{max}$	**α.** T/4.	**β.** T/2.	**γ.** 3T/4.	**δ.** T.

2. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης $x = Αημωt$.


(i)


(ii)


(iii)


(iv)

Να αντιστοιχίσετε τα διαγράμματα:
α. Διάγραμμα Απομάκρυνσης-Χρόνου.
β. Διάγραμμα Ταχύτητας-Χρόνου.
γ. Διάγραμμα Επιτάχυνσης-Απομάκρυνσης.
δ. Διάγραμμα Δύναμης Επαναφοράς-Χρόνου.

3. Να αντιστοιχίσετε τα παρακάτω περιοδικά φαινόμενα με την περίοδό τους.

Περιοδικά Φαινόμενα		**Περίοδος**		
Περιστροφή ωροδείκτη	**α.** 24h.	**β.** 1h.	**γ.** 60s.	**δ.** 12h.
Περιστροφή της γης γύρω από τον άξονας της	**α.** 24h.	**β.** 1h.	**γ.** 60s.	**δ.** 12h.
Περιστροφή λεπτοδείκτη	**α.** 24h.	**β.** 1h.	**γ.** 60s.	**δ.** 12h.
Περιστροφή Δευτερολεπτοδείκτη	**α.** 24h.	**β.** 1h.	**γ.** 60s.	**δ.** 12h.

Δ. Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού.

1. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις ταλάντωσης η ταχύτητά του είναι ……………………………. ενώ η επιτάχυνση του είναι ………………………… .

2. Σε μια Α.Α.Τ. το σημείο στο οποίο η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν ονομάζεται θέση ………………………………. .

3. Στη σχέση F = -D.x, το D ονομάζεται ………………………………. ………………………………. της ταλάντωσης.

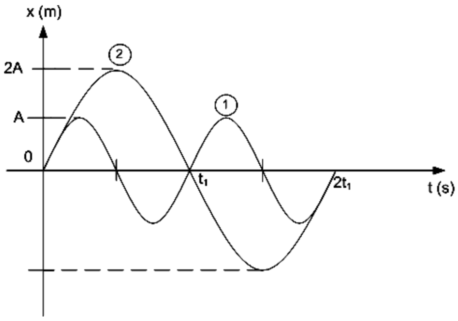
Ε. Ερωτήσεις με αιτιολόγηση.

1. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2m$ και $m_2 = m$ αντίστοιχα, εκτελούν Α.Α.Τ. και έχουν την ίδια γωνιακή συχνότητα. Ποια από τις σχέσεις για τις σταθερές επαναφοράς D_1 και D_2 αντίστοιχα των δύο συστημάτων είναι σωστή;

α. $D_1 = \frac{D_2}{2}$. **β.** $D_1 = 2D_2$. **γ.** $D_1 = 4D_2$. **δ.** $D_1 = D_2$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

2. Στο διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις για δύο σώματα 1 και 2 τα οποία εκτελούν Α.Α.Τ. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις για τις μέγιστες επιταχύνσεις ταλάντωσης των δύο σωμάτων είναι σωστή;



α. $a_{max1} = \frac{a_{max2}}{2}$.

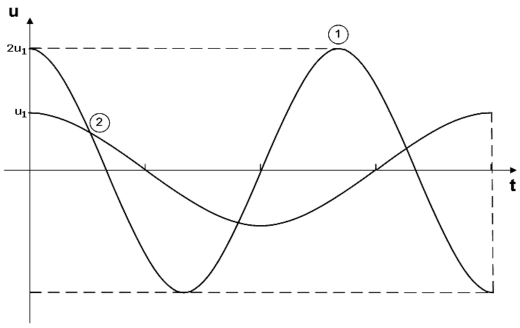
β. $a_{max1} = a_{max2}$.

γ. $a_{max1} = 4.a_{max2}$.

δ. $a_{max1} = 2.a_{max2}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Δύο σώματα 1 και 2 με ίσες μάζες εκτελούν Α.Α.Τ. Στο σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για τα δύο σώματα. Ο λόγος της μέγιστης δύναμης επαναφοράς του σώματος 1 προς τη μέγιστη δύναμη επαναφοράς του σώματος 2 είναι:



α. 3

β. 9

γ. 1/3

δ. 1/9

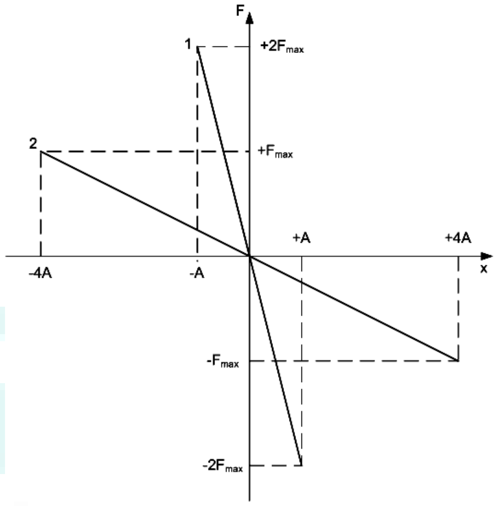
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

4. Σώμα μάζας m εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο Τ και πλάτος Α. Τετραπλασιάζουμε το πλάτος της ταλάντωσής του και διπλασιάζουμε τη μάζα του ενώ διατηρούμε αμετάβλητη τη σταθερά επαναφοράς D. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής στις ακραίες θέσεις θα:

α. τετραπλασιαστεί. **β.** παραμένει σταθερός. **γ.** υποτετραπλασιαστεί. **δ.** διπλασιαστεί.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

5. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 4m$ εκτελούν Α.Α.Τ. Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις δύναμης επαναφοράς, απομάκρυνσης για τα δύο σώματα.



Ο λόγος των συχνοτήτων ταλάντωσης των δύο σωμάτων $\frac{f_1}{f_2}$ είναι ίσος με:

α. $2\sqrt{2}$

β. $\sqrt{2}$

γ. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

δ. $4\sqrt{2}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

6. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο Τ = 4s. Η συχνότητα μεγιστοποίησης του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας είναι f' ίση με:

α. 4 Hz. **β.** 2 Hz. **γ.** 0,5 Hz. **δ.** 0,25 Hz.

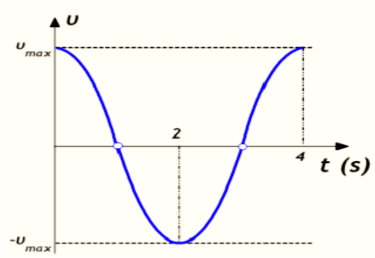
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

7. Ένας απλός αρμονικός ταλαντωτής ταλαντώνεται, με πλάτος ταχύτητας $υ_{max}$, πλάτος επιτάχυνσης $α_{max}$ και αρχική φάση $φ_0$. Σε ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του έχει ταχύτητα μέτρου υ και επιτάχυνση μέτρου α. Η σχέση που συνδέει τη στιγμιαία ταχύτητα υ με τη στιγμιαία επιτάχυνση α, είναι η:

α. $\frac{υ^2}{υ_{max}^2} + \frac{α^2}{α_{max}^2} = 1.$ **β.** $\frac{υ^2}{υ_{max}^2} - \frac{α^2}{α_{max}^2} = 1.$ **γ.** $\frac{υ}{υ_{max}} - \frac{α}{α_{max}} = 1.$

Να επιλέξτε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

8. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α, σε συνάρτηση με το χρόνο.



Τη χρονική στιγμή t_1=3s το σώμα βρίσκεται στη θέση:

α. x_1=0.

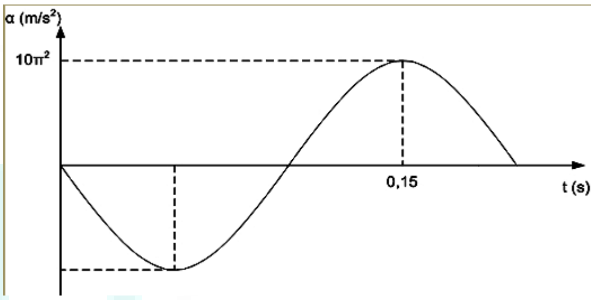
β. x_1=+A.

γ. x_1=-A.

Στ. Ασκήσεις.

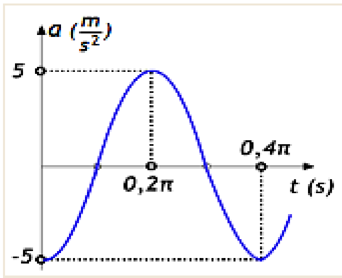
1. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η ταχύτητα μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $υ = 2συν4πt$ (S.I.). Να υπολογιστεί:
α. Η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων
β. Η επιτάχυνση όταν η απομάκρυνση του σώματος είναι $x = +A$.
γ. Η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = 1/12$s.
δ. Αν η μάζα του ταλαντούμενου σώματος είναι $m = 0,2$kg να υπολογιστεί η σταθερά επαναφοράς του συστήματος και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τη χρονική στιγμή κατά την οποία η απομάκρυνση είναι $x = -A/2$.
Δίνεται $συν(π/3)=1/2$ και $π^2 \approx 10$.

2. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση επιτάχυνσης-χρόνου.
Να υπολογιστούν:



α. Το πλάτος της ταλάντωσης.
β. Η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα.
γ. Να βρεθεί η εξίσωση ταχύτητας-χρόνου και να σχεδιαστεί το αντίστοιχο ποσοτικό διάγραμμα.
δ. Να κάνετε το διάγραμμα επιτάχυνσης-απομάκρυνσης (ποσοτικό).

3. Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνεται η επιτάχυνση ενός σώματος, μάζας $m = 2$kg, σε συνάρτηση με το χρόνο, που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



α. Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω και το πλάτος ταλάντωσης Α.
β. Να γράψετε την εξίσωση που δίνει τη φάση της ταλάντωσης φ σε συνάρτηση με το χρόνο t.
γ. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση της επιτάχυνσης α σε συνάρτηση με την
απομάκρυνση χ, σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.
δ. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = π/30$ s.

Δίνεται ότι: Δίνεται $ημ(2π/3)=\sqrt{3}/2$ και $συν(2π/3)=-1/2$.

4. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο $T = 2$s και πλάτος ταλάντωσης $A = 0,1$m. Να υπολογιστούν:
α. η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης.
β. το πλάτος της ταχύτητας και το πλάτος της επιτάχυνσης.
γ. να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο, $x= f(t)$, $υ = f(t)$ και $α = f(t)$, αντίστοιχα.

5. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο είναι: $χ = 0,2ημ2t$ (S.I.). Να υπολογιστούν:
α. η γωνιακή συχνότητα, η περίοδος και η συχνότητα ταλάντωσης.
β. το πλάτος της ταλάντωσης, το πλάτος της ταχύτητας και το πλάτος της επιτάχυνσης.
γ. η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή $t = π/8$s.
Δίνεται $ημ(π/4)=\sqrt{2}/2$.

6. Σώμα μάζας m = 4kg εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής x = Αημωt, ενώ η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι 400 N/m.
Το σώμα μετά από 3 πλήρεις ταλαντώσεις έχει διαγράψει τροχιά μήκους d = 0,6m.
Να υπολογιστούν:
α. η συχνότητα ταλάντωσης.
β. το πλάτος της επιτάχυνσης.
γ. ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας τη χρονική στιγμή t = π/40s.
δ. το έργο της δύναμης επαναφοράς καθώς το σώμα μεταβαίνει από τη θέση ισορροπίας στην ακραία αρνητική θέση.
Δίνεται ημ(π/4)=$\sqrt{2}$/2.

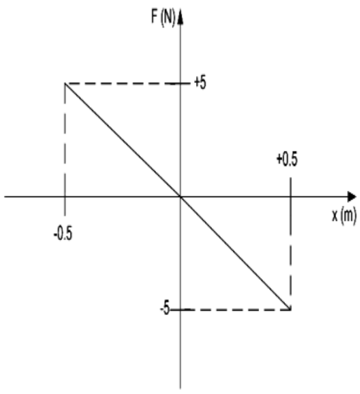
7. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής x = Αημωt. Η συχνότητα διέλευσης του σώματος από τη Θέση Ισορροπίας είναι 2Hz, ενώ η ακραία θέση ταλάντωσης απέχει από τη Θέση Ισορροπίας απόσταση d= 0,4m. Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι D = 100 N/m. Να υπολογιστούν:
α. η περίοδος της ταλάντωσης.
β. η μάζα του ταλαντούμενου σώματος.
γ. οι χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια της πρώτης περίοδου στις οποίες η απομάκρυνση είναι x = +0,2m.
δ. η ταχύτητα τις ίδιες χρονικές στιγμές.
Δίνονται: $\pi^2 \approx 10$, ημ(π/6)=1/2, συν(5π/6)=συν(π/6)= $\sqrt{3}$/2.

8. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής x = Αημωt. Να αποδείξετε ότι η σχέση που συνδέει την ταχύτητα με την επιτάχυνση της ταλάντωσης για κάθε χρονική στιγμή είναι η παρακάτω:

$$a = \pm\omega\sqrt{\upsilon_{max}^2 - \upsilon^2}\ .$$

9. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης x = 20ημπt (x σε cm t σε s). Να υπολογιστούν:
α. ο ρυθμός μεταβολής της φάσης.
β. η ταχύτητα τη χρονική στιγμή t=1/60s.
γ. Να γίνει το διάγραμμα φάσης-χρόνου για τις τρεις πρώτες ταλαντώσεις.
Δίνεται: συν(π/6)= $\sqrt{3}$/2.

10. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής x = Αημωt. Το σώμα μετά από χρόνο 5s έχει πραγματοποιήσει 50 πλήρεις ταλαντώσεις. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα δύναμης επαναφοράς-απομάκρυνσης.



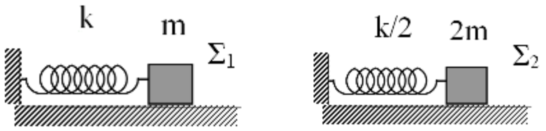
Να υπολογιστούν:
α. η μάζα του ταλαντούμενου σώματος.
β. το πλάτος της ταχύτητας.
γ. η διαφοράς φάσης μεταξύ των χρονικών στιγμών t_1 = 0,15s και t_2 = 0,5s.
δ. το μέτρο της απομάκρυνσης όταν η επιτάχυνση είναι $\alpha_{max}/4$.

Δίνεται: $\pi^2 \approx 10$

11. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής x = Αημωt. Να βρεθεί η σχέση που συνδέει την απομάκρυνση με την ταχύτητα του ταλαντούμενου σώματος.

12. Σώμα μάζας m εκτελεί Α.Α.Τ. Αν η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι D και η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής x = Αημωt, να αποδείξετε ότι η σχέση που συνδέει τη δύναμη επαναφοράς με την απομάκρυνση είναι F = -D.x.
Να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση F = f(x)
Ποια φυσικά μεγέθη υπολογίζονται από την κλίση και το εμβαδόν της γραφικής παράστασης;

13. Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m και 2m αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα δύο ελατηρίων με σταθερές k και k/2, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο σώματα εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίσες μέγιστες επιταχύνσεις.



Για τις ολικές ενέργειες των ταλαντώσεων E_1 και E_2 ισχύει

α. $E_2 = E_1$ β. $E_2 = 4\,E_1$ γ. $E_2 = 8\,E_1$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

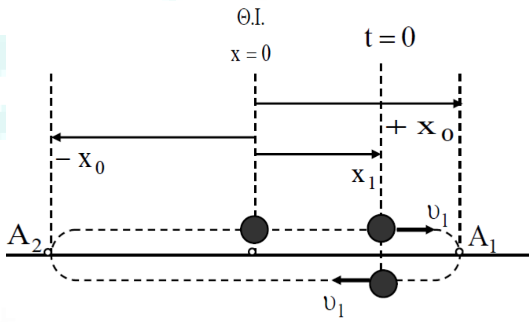
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα σώμα, το οποίο κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 10\text{m}$.

Τη χρονική στιγμή t = 0 βρίσκεται στη θέση $x_1 = +5\sqrt{3}\text{m}$.

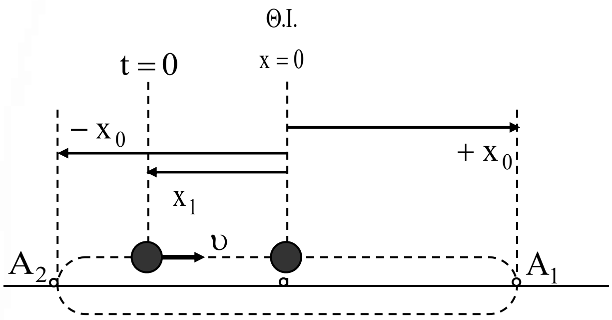
Να βρείτε την αρχική φάση φ_0 της ταλάντωσης του σώματος.

(Απάντηση: $\phi_0 = \dfrac{\pi}{3}$ ή $\phi_0 = \dfrac{2\pi}{3}$)



2. Για την απλή αρμονική ταλάντωση του σχήματος το πλάτος είναι $x_0 = 10\text{m}$ και τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_1 = -5\sqrt{3}\text{m}$ και κινείται προς τη θέση ισορροπίας του.

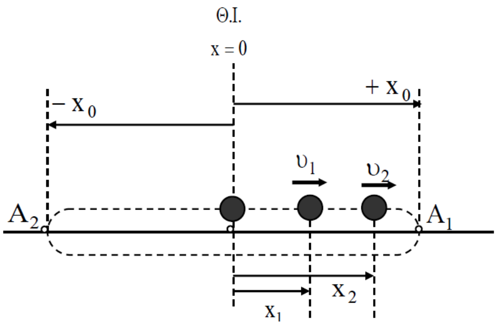
Αν η περίοδος της ταλάντωσης είναι T = 2s, να γράψετε τις εξισώσεις, σε συνάρτηση με τον χρόνο της απομάκρυνσης της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος.



(Απάντηση: $x = 10\eta\mu\left(\pi t + \dfrac{5\pi}{3}\right)$, $\upsilon = 10\pi\sigma\upsilon\nu\left(\pi t + \dfrac{5\pi}{3}\right)$, $\alpha = -10\pi^2\eta\mu\left(\pi t + \dfrac{5\pi}{3}\right)$)

3. Ένα σώμα που κάνει απλή αρμονική ταλάντωση στη θέση $x_1 = +1\text{m}$ έχει ταχύτητα $\upsilon_1 = +8\text{m/s}$, ενώ στη θέση $x_2 = +3\text{m}$ η ταχύτητά του είναι $\upsilon_2 = +6\text{m/s}$.

Να βρείτε το πλάτος x_0 και την περίοδο T της ταλάντωσης του σώματος.



(Απάντηση: $x_0 = 5\text{m}$, $T = \pi\,\text{sec}$)

4. Για ένα σώμα το οποίο κάνει απλή αρμονική ταλάντωση οι ακραίες θέσεις της ταλάντωσης απέχουν μεταξύ τους $\ell = 20\text{m}$. Τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $x_1 = +5\text{m}$ και η ταχύτητά του εκείνη τη στιγμή είναι $\upsilon_1 + 20\sqrt{3}\text{m/s}$. Να βρείτε για την ταλάντωση αυτή:
i) Το πλάτος x_0. ii) Την αρχική φάση φ_0. iii) Την περίοδο T.

(Απάντηση: i)$x_0 = 10\text{m}$, ii)$\phi_0 = \frac{\pi}{6}$, iii)$T = \frac{\pi}{2}\text{sec}$)

5. Ένα σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 8\text{m}$. Όταν το σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του, η δύναμη επαναφοράς έχει μέτρο F = 16N. Να βρείτε:
i) την σταθερά επαναφοράς D.
ii) τη μέγιστη ταχύτητα υ_0 του σώματος.
iii) το μέτρο της δύναμης επαναφοράς όταν το μέτρο της απομάκρυνσης είναι x = 3m.

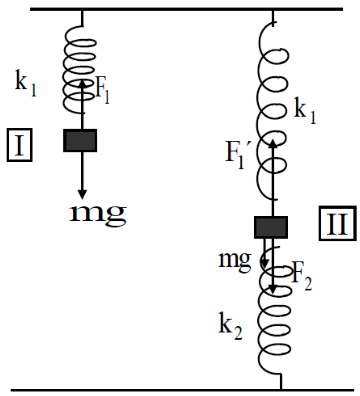
(Απάντηση: i)$D = 2\,\text{N/m}$, ii)$\upsilon_0 = 8\,\text{m/s}$, iii)$F = 6\text{N}$)

6. Για ένα σώμα μάζας $m = 10\text{kg}$, που κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 5\text{m}$, γνωρίζουμε ότι η μέγιστη ταχύτητά του είναι $\upsilon_0 = 4\text{m/s}$. Να βρείτε:
i) την περίοδο T της ταλάντωσης.
ii) την σταθερά επαναφοράς.
iii) τη δύναμη επαναφοράς όταν η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι $x = +3\text{m}$.

(Απάντηση: i)$T = \frac{5\pi}{2}\text{s}$, ii)$D = \frac{32}{5}\,\text{N/m}$, iii)$F = -12{,}8\text{N}$)

7. Όταν ένα σώμα είναι δεμένο στο ελατήριο σταθεράς k_1 (σχήμα Ι), εκτελεί ταλαντώσεις με συχνότητα $\nu_1 = 3\text{Hz}$.

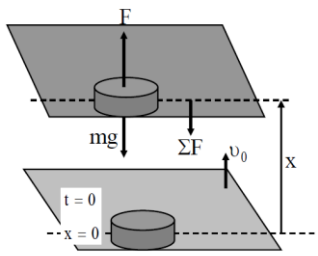
Όταν το ίδιο σώμα είναι δεμένο στις ελεύθερες άκρες των ελατηρίων με σταθερές k_1 και k_2, όπου $k_2 = 60\text{N/m}$ (σχήμα ΙΙ), εκτελεί ταλαντώσεις με συχνότητα $\nu_2 = 5\text{Hz}$.



Να βρείτε τη μάζα m του σώματος και τη σταθερά k_1.

(Απάντηση: $m = \frac{10}{\pi^2}\text{kg}$, $k_1 = 360\,\text{N/m}$)

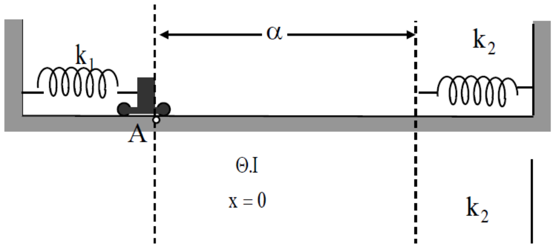
8. Μια οριζόντια επιφάνεια κάνει κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $x_0 = 1\text{m}$ και η περίοδος $T = \pi\text{s}$. Πάνω στην επιφάνεια βρίσκεται σώμα μάζας $m = 10\text{kg}$ και τη χρονική στιγμή t=0 η επιφάνεια περνά από τη θέση ισορροπίας της και κινείται προς τα πάνω. Να βρείτε πως μεταβάλλεται η δύναμη F που ασκεί η επιφάνεια στο σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο καθώς και σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας. Στη συνέχεια να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $F = f(t)$ και $F = f(x)$.



Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

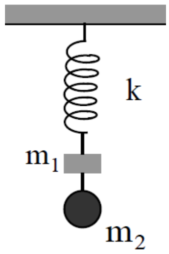
(Απάντηση: $F = mg - m\omega^2 x$, $F = 100 - 40x$, $F = 100 - 40\eta\mu 2t$)

9. Το καρότσι μάζας $m = 4kg$ του σχήματος είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη του ελατηρίου σταθεράς $k_1 = 300N/m$ και ισορροπεί. Το καρότσι απέχει από την ελεύθερη άκρη ενός άλλου ελατηρίου σταθεράς $k_2 = 100N/m$ απόσταση $\alpha = 0{,}4m$. Μετακινούμε οριζόντια το καρότσι και το δένουμε στην ελεύθερη άκρη του ελατηρίου σταθεράς k_2. Αν στη συνέχεια αφήσουμε το καρότσι ελεύθερο, αν βρείτε την περίοδο T και το πλάτος x_0 της ταλάντωσης που θα κάνει αυτό.



(Απάντηση: $T = 0{,}2\pi s$, $x_0 = 0{,}3m$)

10. Το σύστημα των δύο σωμάτων του σχήματος με μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 3kg$ είναι κρεμασμένο από το ελατήριο σταθεράς $k = 400N/m$. Απομακρύνουμε κατακόρυφα το σώμα μάζας m2 από τη θέση ισορροπίας του κατά $\Delta x = 0{,}1m$ και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο.



i) Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς του κάθε σώματος χωριστά.

ii) Ποια σχέση δίνει το μέτρο της τάσης T του νήματος, το οποίο συνδέει τα δύο σώματα, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση των σωμάτων από τη θέση ισορροπίας; Να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

(Απάντηση: i)$D_1 = 100\, N/m$, $D_2 = 300\, N/m$, ii)$T = 30 + 300x$)

11. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους x_0.Να βρείτε τον λόγο τη κινητικής ενέργειας ταλάντωσης προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στις θέσεις όπου η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του έχει μέτρο:

i) $x = \frac{x_0}{4}$ ii) $x = \frac{x_0}{2}$ iii) $x = x_0$

(Απάντηση: i)15, ii)3, iii)0)

12. 12.Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T = 4s η αρχική φάση είναι $\phi_0 = \frac{\pi}{6}$. Σε μια από τις ακραίες θέσεις το σώμα έχει δυναμική ενέργεια ταλάντωσης 6J και δέχεται συνισταμένη δύναμη μέτρου 4N.

i) Να βρείτε το πλάτος x_0 της ταλάντωσης και τη σταθερά επαναφοράς D.

ii) Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

(Απάντηση: i)$x_0 = 3m$, $D = \frac{4}{3}\, N/m$,

ii)$x = 3\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$,

$\upsilon = \frac{3\pi}{2}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$,

$\alpha = -\frac{3\pi^2}{4}\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$

13. Σε μια απλή αρμονική ταλα;ντωση με πλάτος $x_0 = 6m$ να βρείτε τις θέσεις όπου η κινητική ενέργεια ταλάντωσης είναι οκταπλάσια της αντίστοιχης δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

(Απάντηση: $x = \pm 2m$)

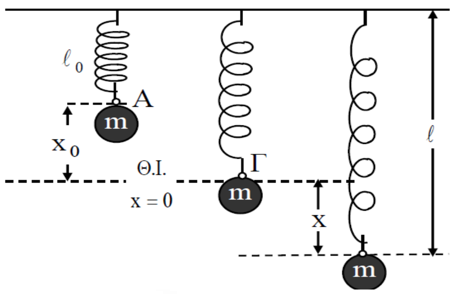
14. Σώμα μάζας $m = 2kg$ δένεται στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου, με φυσικό μήκος $\ell_0 = 0{,}5m$ και σταθερά $k = 200N/m$ και αφήνεται ελεύθερο. Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση:

i) με το μήκος ℓ του ελατηρίου.

ii) με την επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου

iii) με την απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσής του.

Δίνεται: $g = 10m/s^2$



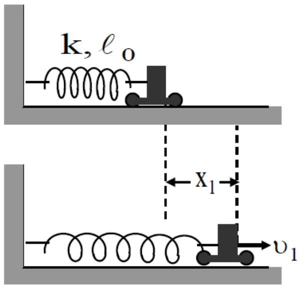
(Απάντηση: i)$E_\Delta = 100(\ell - 0{,}6)^2$ με $0{,}5 \le \ell \le 0{,}7$, ii)$E_\Delta = 100(\Delta\ell - 0{,}1)^2$ με $0 \le \Delta\ell \le 0{,}2$, iii)$E_\Delta = 100x^2$ με $-0{,}1 \le x \le 0{,}1$)

15. Αμαξάκι μάζας $m = 2kg$ στερεώνεται στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k = 200N/m$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετακινούμε το αμαξάκι κατά $x_1 = 0{,}2m$ από τη θέση ισορροπίας του και στη θέση αυτή, με μια ώθηση, το αμαξάκι αποκτά ταχύτητα $\upsilon_1 = 1m/s$ προς τα δεξιά. Να βρεθούν:

i) η περίοδος της ταλάντωσης ποτ θα εκτελέσει το αμαξάκι.

ii) η ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

iii) το πλάτος x_0 της ταλάντωσης.



(Απάντηση: i)$T = 0{,}2\pi s$, ii)$E_{ολ} = 5J$, iii)$x_0 = \frac{\sqrt{5}}{10}m$)

16. Η εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, είναι $x = 4ημ0{,}25\pi t$ (S.I.). Να βρεθούν:

i) Η κυκλική συχνότητα και η περίοδος της ταλάντωσης

ii) Η φάση και η απομάκρυνση τη στιγμή $t = 6s$

iii) Η ταχύτητα και η επιτάχυνση τη στιγμή $t = \frac{20}{6}s$

17. Ένα σώμα μάζας m = 2kg κινείται σε ευθεία γραμμή με την επίδραση δύναμης, η οποία περιγράφεται από την εξίσωση $F = -4ημ\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ το S.I.

i) Να χαρακτηρισθεί η κίνηση και να προσδιοριστεί η εξίσωση της θέσης με το χρόνο.

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα τη στιγμή $t = \frac{1}{6}s \cdot (\pi^2 \approx 10)$.

(Απάντηση: i)$x = 0{,}2ημ\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ ii)$\upsilon = 0{,}314\sqrt{3}\ m/s$)

18. Να βρείτε την αρχική φάση μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης, που εκτελεί ένα σώμα, στις παρακάτω περιπτώσεις:
i) Τη στιγμή t = 0 το σώμα βρίσκεται στη θέση x = A.
ii) Τη στιγμή t = 0 το σώμα έχει απομάκρυνση x = A/2 και πλησιάζει τη θέση ισορροπίας του.
iii) Τη στιγμή t = 0 το σώμα έχει απομάκρυνση $x = -A\sqrt{2}/2$ και απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας.
iv) Τη στιγμή t = 0 το σώμα έχει θετική ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \upsilon_{max}/2$ και πλησιάζει τη θέση ισορροπίας.
v) Τη στιγμή t = 0 το σώμα έχει αρνητική επιτάχυνση μέτρου $\alpha = \alpha_{max}/2$ και θετική ταχύτητα.

(Απάντηση: i)$\frac{\pi}{2}$ ii)$\frac{5\pi}{6}$ iii)$\frac{5\pi}{4}$ iv)$\frac{5\pi}{3}$ v)$\frac{\pi}{6}$)

19. Σώμα μάζας m = 2kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ = 0,1πs. Τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα απέχει από τη θέση ισορροπίας του x = 0,25m και απομακρύνεται από αυτήν με ταχύτητα $\upsilon = 5\sqrt{3}m/s$ κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση. Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης που κινεί το σώμα.

(Απάντηση: $x = 0{,}5\eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{6}\right)$)

20. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος Α = 0,2m και περίοδο Τ = 0,2πs. Όταν το σώμα περνά διαδοχικά από την θέση Ν με αντίθετες ταχύτητες, η φάση του αυξάνεται κατά $\Delta\phi = \frac{\pi}{3}rad$. Αν η θέση Ν αντιστοιχεί σε θετική απομάκρυνση, να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στη θεση Ν.

(Απάντηση: i)$\upsilon = 1\,m/s$)

21. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται ώστε το σώμα να περάσει δύο φορές από ένα σημείο της τροχιάς του κινούμενο με αντίθετη ταχύτητα είναι 2s. Αν το σημείο αυτό απέχει από τη θέση ισορροπίας 0,5Α, να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.

(Απάντηση: $T = 6s$)

22. Ο χρόνος που περνάει από τη στιγμή που η απομάκρυνση γίνεται μέγιστη ως τη στιγμή που η ταχύτητα γίνεται μέγιστη για πρώτη φορά κίνησης, σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, είναι Δt = 3s. Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.

(Απάντηση: $T = 4s$)

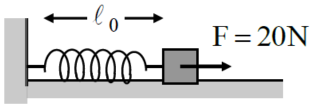
23. Ένα σώμα, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, περνά με την ίδια ταχύτητα από δύο σημεία Γ και Δ της τροχιάς του απέχουν 0,2m. Ο χρόνος που απαιτείται για να πάει από το Γ στο Δ είναι 2s. Αν 2s μετά τη διέλευσή του από το σημείο Δ επανέρχεται πάλι σ' αυτό, να βρεθεί η περίοδος και το πλάτος της ταλάντωσης.

(Απάντηση: $T = 8s$ και $A = 0{,}1\sqrt{2}m$)

24. Ένας οριζόντιος δίσκος εκτελεί αρμονική ταλάντωση στον κατακόρυφο άξονα με πλάτος Α = 0,1m και κυκλική συχνότητα ω = 4rad/s. Πάνω στο δίσκο υπάρχει ένα σώμα μάζας = 1kg.
i) Να υπολογίσετε την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκεί ο δίσκος στο σώμα κατά την ταλάντωσή του.
ii) Ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή της συχνότητας της ταλάντωσης, ώστε το σώμα να μη χάσει την επαφή του με το δίσκο;
Δίνονται: $g = 10m/s^2$ και $\pi \approx 10$

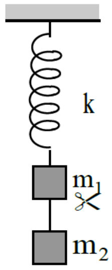
(Απάντηση: i)$N_{min} = 8{,}4N$, $N_{max} = 11{,}6N$, ii)$F_{max} = 1{,}6Hz$)

25. Σώμα μάζας m = 2kg στερεώνεται στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k = 50N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το επίπεδο είναι λείο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F = 20N.
i) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.
ii) Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης αυτής της ταλάντωσης.
iii) Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος;



(**Απάντηση:** $\mathbf{i)x = 0{,}4\eta\mu\left(5t + \frac{3\pi}{2}\right)}$ $\mathbf{ii)\upsilon_{max} = 2\, m/s}$)

26. Το πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K = 400N/m είναι ακλόνητο. Στο κάτω άκρο του προσδένεται ένα σύστημα σωμάτων με μάζες $m_1 = 4kg$ και $m_2 = 6kg$, οι οποίες συνδέονται με νήμα και ισορροπούν. Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε στιγμή μηδέν, κόβουμε το νήμα, οπότε η m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:
i) Την εξίσωση της ταχύτητας του σώματος μάζας m_1.
ii) Τη μέγιστη επιτάχυνση του σώματος που ταλαντώνεται.
Δίνεται: $g = 10m/s^2$



(**Απάντηση:** $\mathbf{\upsilon = 1{,}5\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)}$)

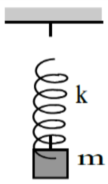
27. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Να προσδιοριστούν οι θέσεις της τροχιάς του για τις οποίες ισχύει:
i) K = 3U ii) U = 3K
iii) Ποιο ποσοστό της μηχανικής ενέργειας της ταλάντωσης αποτελεί η κινητική ενέργεια όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = A/3$;

(**Απάντηση:** $\mathbf{i)x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A}$ $\mathbf{ii)x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}A}$ **iii)88,88%**)

28. Ένα σώμα μάζας 2kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους 0,4m και περιόδου 0,2πs. Μέσω του έργου μιας δύναμης η μηχανική ενέργεια της ταλάντωσης αυξάνεται κατά 125% της αρχικής. Να βρείτε:
i) το νέο πλάτος της ταλάντωσης που προκύπτει.
ii) τη νέα μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

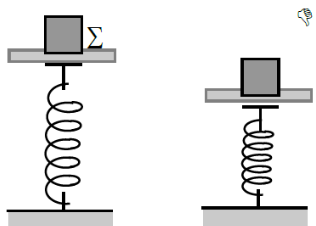
(**Απάντηση:** $\mathbf{i)x = 0{,}6m}$ $\mathbf{ii)U_{max} = 6\, m/s}$)

29. Η σταθερά του ελατηρίου του σχήματος είναι k = 1000N/m και το σώμα εκτελεί 10 πλήρεις ταλαντώσεις σε χρόνο 3,14s. Αν το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στη θέση ισορροπίας είναι 10m/s, να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης.
Επίσης να υπολογιστεί η κινητική και η δυναμική ενέργεια όταν η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι 0,25m.



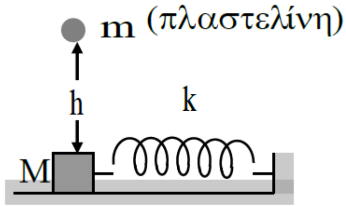
(**Απάντηση:** $\mathbf{A = 0{,}5m}$ $\mathbf{U_{max} = 31{,}25J, K = 93{,}5J}$)

30. Το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k = 400N/m είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο άλλο άκρο του είναι συνδεμένος σταθερά ένας δίσκος. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένο ένα σώμα Σ μάζας m = 1kg. Το σύστημα ισορροπεί.
Να βρεθεί η μέγιστη ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε στο σύστημα, ώστε κατά την ταλάντωση του το σώμα Σ να μη χάνει την επαφή του με το δίσκο.
Δίνονται $g = 10m/s^2$ και η μάζα του δίσκου M = 3kg



(**Απάντηση:** $\mathbf{U_{max} = 2J}$)

31. Το ένα άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς k = 400N/m είναι ακλόνητο, ενώ στο άλλο άκρο του έχει προσδεθεί σώμα μάζας M = 1kg, που μπορεί να ολισθαίνει σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά d = 0,22m και το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται σε μία από τις ακραίες θέσεις της τροχιάς του, αφήνουμε από ύψος h πάνω από τη θέση ισορροπίας του ένα κομμάτι πλαστελίνη μάζας m = 0,21kg.



i) Να βρείτε το μικρότερο δυνατό ύψος h, ώστε η πλαστελίνη να συναντήσει το σώμα όταν αυτό διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του.

ii) Αν η κρούση είναι πλαστική, να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

iii) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ενέργειας της ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση.

Δίνονται: $g = 10m/s^2$ και $\pi^2 \approx 10$.

(Απάντηση: $\mathbf{i)h = 0,03125m \;\; ii)A = 0,2m \;\; iii)\Delta E = 1,68J}$)

32. Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο ΑΒ ακτίνας R = 2m που εφάπτεται στο κάτω του άκρο Β με λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας m_1 = 4kg αφήνεται να γλιστρήσει κατά μήκος του τεταρτοκύκλιου από το ανώτερο άκρο Α. Το σώμα περνάει από το σημείο Β του τεταρτοκύκλιου με ταχύτητα $\upsilon_B = 5m/s$ και συνεχίζει να κινείται, χωρίς τριβή, κατά μήκος της οριζόντιας εφαπτομένης του τεταρτοκύκλιου στο σημείο Β. Αφού διανύσει διάστημα S=0,6m στο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας m_2 = 6kg που είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k = 250N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τα σώματα μετά την πλαστική κρούση κινούνται ως μια μάζα και το ελατήριο συσπειρώνεται.

Να υπολογιστούν:

i) Η θερμότητα που παράχθηκε εξαιτίας της τριβής κατά την κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο
ii) Το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας πλαστικής κρούσης
iii) Το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης που θα κάνει το σύστημα των μαζών μετά την κρούση
iv) Να δοθεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
Δίνεται ότι η κίνησης του συστήματος των μαζών γίνεται κατά τον άξονα του ελατηρίου, ότι το ελατήριο υπακούει στο νόμο του Hooke και ότι $g = 10m/s^2$. Το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Β θεωρείται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

(Απάντηση: $\mathbf{i)Q = 30J \;\; ii)\alpha = 37,5\% \;\; iii)T = 0,4\pi s}$)

33. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως φ = 30° στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας $m_1 = 2kg$ και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τηβάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_2 = 3kg$ και αρχικής ταχύτητας $\upsilon_0 = 2m/s$ που έχει τη διεύθυνση του ελατηρίου. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κρούση είναι πλαστική. Η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων είναι S = 0,9.

Αν η ταλάντωση που αρχίζει είναι απλή αρμονική με πλάτος A = 0,28m, να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου. Δίνεται: $g=10m/s^2$.

(Απάντηση: $\mathbf{k = 375N/m}$)

34. Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα Α μάζας M = 3kg. Πάνω στο σώμα Α είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας m = 1kg και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά $y_1 = 0{,}4\text{m}$. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_2 = 0{,}8\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή t = 0.

i)Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα ως της ταλάντωσης του συστήματος και τη σταθερά επαναφοράς D καθεμίας μάζας ξεχωριστά.

ii) Να αποδείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α και να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα που έχει εκείνη τη χρονική στιγμή.

iii) Να υπολογίσετε την ώθηση της δύναμης του ελατηρίου από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή που το σώμα Β εγκαταλείπει το σώμα Α.

(Απάντηση: i)$\mathbf{D_A = \frac{M}{m+M}k = 75N/m, D_B = \frac{M}{m+M}k = 25N/m}$ ii)$\mathbf{x_{max} = 0{,}4m, \upsilon = 2\sqrt{3}m/s}$)

35. Ένα σώμα μάζας m=1 kg είναι στερεωμένο στην άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100 N/m, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, κατά τη διεύθυνση του άξονα χ'χ, σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος A=0,1m. Τη χρονική στιγμή t_o=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση τη μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Να βρείτε:

α) την γωνιακή συχνότητα ω και την ενέργεια Ε της ταλάντωσης.

β) την εξίσωση x=f(t) της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

γ) το διάστημα d που θα διανύσει το σώμα μέχρι το μέτρο της ταχύτητάς του να μεγιστοποιηθεί για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_o.

δ) την ταχύτητα υ του σώματος τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση $x = +\frac{A\sqrt{2}}{2}$ και κινείται με κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας του.

36. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=200 N/m έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε μια οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας m=2 kg που ισορροπεί. Μετακινούμε το σώμα προς τα πάνω κατά d=0,2 m και τη χρονική στιγμή t_o=0 το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά να βρείτε:

α) την αρχική φάση φ_o της ταλάντωσης.

β) τη μέγιστη ταχύτητα υ_{max} του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

γ) την κινητική ενέργεια Κ του σώματος τις χρονικές στιγμές που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι U=1 J.

δ) το μέτρο της μέγιστης δύναμης $F_{ελ,max}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Δίνεται: g=10m/s^2.

37. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας m που ισορροπεί. Στη θέση ισορροπίας, το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά d=0,05m. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργεια E=1J και εξίσωση απομάκρυνσης x=0,1ημ(ωt+π) (SI). Θετική έχει θεωρηθεί η κατακόρυφη προς τα κάτω φορά. Να βρείτε:

α) τη σταθερά k του ελατηρίου.

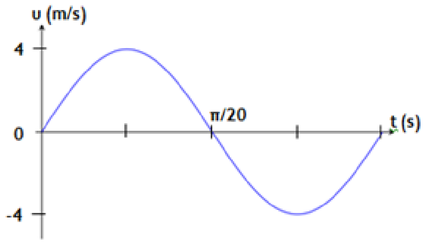
β) τη μάζα m του σώματος.

γ) τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.

δ) την ταχύτητα υ του σώματος, τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi\sqrt{2}}{80}$ s .

Δίνεται: g=10m/s^2.

38. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E=0,8 J. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας υ του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο t απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



α) να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης.
β) να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.
γ) να παραστήσετε γραφικά τη φάση φ της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου t, στο χρονικό διάστημα από $t_o=0$ ως t=T, αν γνωρίζουμε ότι η απομάκρυνση του σώματος μεταβάλλεται όπως το ημίτονο σε σχέση με το χρόνο.
δ) να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/40$ s.

39. Σώμα εκτελεί κίνηση, που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, που περιγράφονται από τις εξισώσεις: $x_1=2\sqrt{3}$ημ10πt (cm) και x2= $\sqrt{3}$ημ$\left(10\pi t+\frac{2\pi}{3}\right)$ (cm). Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Να βρείτε:

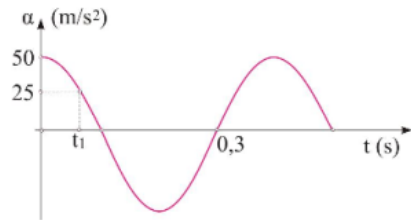
α) Την περίοδο T της ταλάντωσης του σώματος.
β) Το πλάτος A της ταλάντωσης.
γ) Την αρχική φάση φ_o της ταλάντωσης.
δ) Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία το σώμα φτάνει σε ακραία θέση της ταλάντωσής του για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t_o=0$.

Δίνονται: συν(π/6)= $\sqrt{3}/2$, συν(2π/3)=-1/2 , εφ(π/6)=εφ(7π/6)= $\sqrt{3}/3$.

40. Ένα μικρό σώμα μάζας m=0,2 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή t=0 βρίσκεται στην ακραία αρνητική του απομάκρυνση και τη στιγμή $t_1=\pi/20$ s διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης με ταχύτητα μέτρου 4m/s.

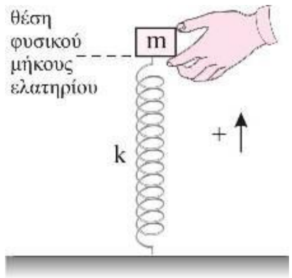
Α. Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_2 που το σώμα θα φτάσει στη ακραία θετική απομάκρυνσή του για πρώτη φορά.
Β. Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.
Γ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε για μια περίοδο.
Δ. Να βρείτε χρονική στιγμή t_3 που η κινητική ενέργεια ισούται με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης για πρώτη φορά.

41. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου για ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το μέτρο της μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της ορμής ανάμεσα σε δύο διαδοχικές διελεύσεις του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι Δp=2π kgm/s. Να βρεθούν:



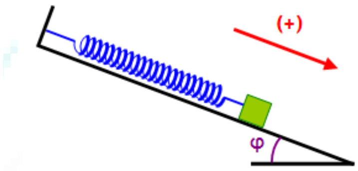
Α. η αρχική φάση της ταλάντωσης.
Β. το πλάτος της ταλάντωσης.
Γ. η μάζα του σώματος.
Δ. ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 που η επιτάχυνση είναι 25 m/s^2.
Δίνεται $\pi^2=10$.

42. Ένα σώμα μάζας m=2kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=50 N/m, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα προς τα πάνω μέχρι το φυσικό μήκος του ελατηρίου (βλέπε σχήμα) και το αφήνουμε ελεύθερο. Να βρεθούν:



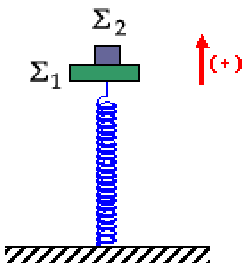
Α) το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.
Β) η ενέργεια που δαπανήθηκε για να εκτρέψουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του μέχρι τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.
Γ) η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
Δ) η χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα θα αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $\upsilon=\sqrt{3}$m/s για δεύτερη φορά.
Θεωρείστε θετική φορά προς τα πάνω. Δίνεται $g=10m/s^2$.

43. Ένα σώμα μάζας m=4kg ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi=30^o$. Το σώμα είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα κατά 0,1m από τη θέση ισορροπίας του προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και τη χρονική στιγμή $t_o=0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Θεωρώντας θετική τη φορά του σχήματος:



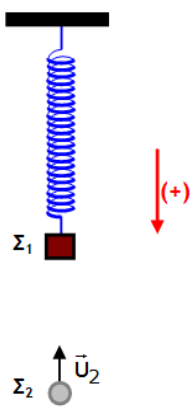
α) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
β) Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η επιτάχυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
γ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος στη θέση x=-A/2, όπου A το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
δ) Να υπολογίσετε την επιπλέον ενέργεια W που πρέπει να δοθεί στο σύστημα, προκειμένου να διπλασιαστεί το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

44. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2$kg που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_o=0$ αφήνεται πάνω στο σώμα Σ_1, χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα Σ_2μάζας $m_2=1$kg. Το σύστημα ελατήριο–Σ_1–Σ_2 ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A=1/30 m. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα πάνω φορά, να βρείτε:



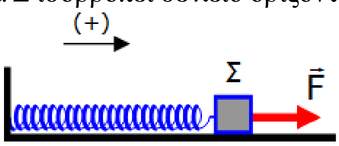
α) Τη σταθερά k του ελατηρίου.
β) Τη μέγιστη συσπείρωση ΔL_{max} του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.
γ) Την εξίσωση U=f(t) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.
δ) Τη δύναμη επαφής N που ασκείται από το Σ_2 στο Σ_1 στη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου.
Δίνεται: $g=10m/s^2$.

45. Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k=100N/m έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1=3$kg που ισορροπεί στη θέση ΘΙ(1). Τη χρονική στιγμή $t_o=0$, ένα βλήμα Σ_2 μάζας $m_2=1$kg που κινείται στον άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου υ_2 και φορά προς τα πάνω, προσκρούει στο σώμα Σ_1 και σφηνώνεται σ' αυτό. Το συσσωμάτωμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\sigma=\frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά, να βρείτε:



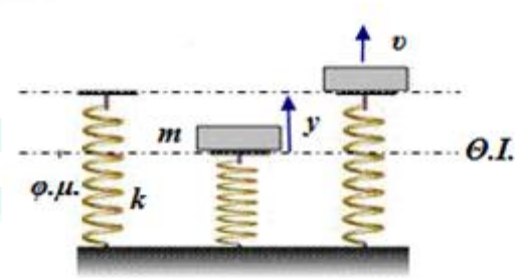
α) την επιμήκυνση d_1 του ελατηρίου ως προς το φυσικό του μήκος, στη θέση ισορροπίας ΘΙ(1) του σώματος Σ_1.
β) το μέτρο της ταχύτητας υ_2 του βλήματος.
γ) το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
δ) την εξίσωση υ=f(t) της ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται το συσσωμάτωμα.
Δίνεται: $g=10m/s^2$.

46. Το σώμα Σ μάζας m=1kg του σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k=400N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο – σώμα Σ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_o=0$ ασκείται στο σώμα Σ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F με αποτέλεσμα το σύστημα να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A=0,4m. Να βρεθεί:



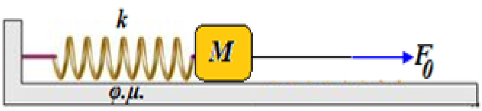
α) το μέτρο F της δύναμης.
β) η εξίσωση x=f(t) της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας.
γ) η εξίσωση Fελ=f(t) της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.
δ) Το πλάτος A΄ και η ολική ενέργεια E΄ της νέας ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα, αν κάποια στιγμή που το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση ταλάντωσης, καταργηθεί η δύναμη F.

47. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα m=2kg και ισορροπεί στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη Θ.Ι. του φέρνοντάς το στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή t=0 δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα $υ=\sqrt{3}$m/s, προς τα πάνω.



α) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.
β) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y=f(t).
γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη ενέργεια του ελατηρίου.
δ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή, το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αποκτά μέγιστη τιμή για δεύτερη φορά, μετά τη στιγμή t=0.
ε) Να βρείτε την ορμή του σώματος κατά τη χρονική στιγμή t=π/10s.
Δίνονται: $g=10m/s^2$, ημ(π/6)=1/2, συν(π/6)= $\sqrt{3}/2$ και ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω.

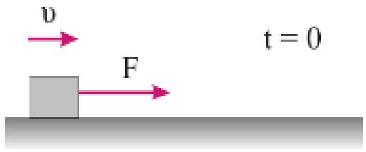
48. Ένας κύβος μάζας M=10kg ισορροπεί τοποθετημένος πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη μια κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένη η μια άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=250N/m, του οποίου η άλλη άκρη είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο κατακόρυφου τοίχου. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Στην απέναντι κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένο μη ελαστικό και αβαρές νήμα το οποίο έχει όριο θραύσεως F_0=120N. Μέσω του νήματος ασκούμε στο σώμα δύναμη κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και με φορά τέτοια ώστε το ελατήριο να επιμηκύνεται. Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την επιμήκυνση x του ελατηρίου σύμφωνα με την εξίσωση F=80+200x (SI).



α) Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
β) Να βρείτε την ταχύτητα του κύβου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y=f(t). Να θεωρήσετε $t_o=0$ τη στιγμή που κόβεται το νήμα και άξονα x΄x με αρχή τη θέση ισορροπίας του κύβου και θετική φορά εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκύνεται.
δ) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή $t_o=0$ που κόβεται το νήμα, θα περάσει ο κύβος από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

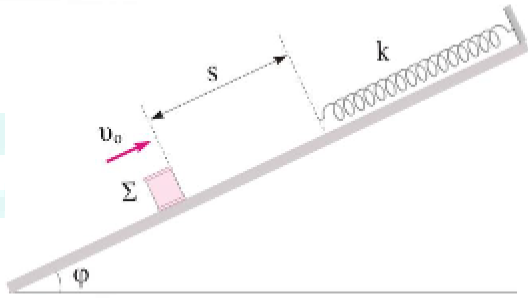
49. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή t_1 που το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση x_1 = -20cm, οι χρονικοί ρυθμοί μεταβολής της ταχύτητάς του, της ορμής του και της κινητικής του ενέργειας είναι $5m/s^2$, 10 kgm/s^2 και $10\sqrt{3}$ J/s αντίστοιχα. Να βρείτε:
α. τη μάζα του σώματος.
β. το μέτρο της ταχύτητας $υ_1$ τη χρονική στιγμή t_1.
γ. την ενέργεια της ταλάντωσης.
δ. τους μέγιστους ρυθμούς μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
Δίνεται: 2ημασυνα=ημ2α.

50. Ένα σώμα μάζας m=2kg κινείται χωρίς τριβές σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $υ=\sqrt{3}$ m/s. Τη χρονική στιγμή t=0 καθώς διέρχεται από τη θέση z=0 δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης, ίδιας φοράς με την ταχύτητα, της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση F=8-32z (SI).



α) Αφού βρείτε τη θέση ισορροπίας του σώματος, να αποδείξετε ότι αυτό θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
β) Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης.
γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο και να βρείτε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα σταματήσει για πρώτη φορά.
δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση που βρίσκεται +0,25m δεξιότερα από τη θέση ισορροπίας για πρώτη φορά.

51. Η μια άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m είναι στερεωμένη στο πάνω μέρος του πλάγιου επιπέδου γωνίας $φ=30^o$, όπως στο σχήμα. Από ένα σημείο του πλάγιου επιπέδου που απέχει s=0,25m από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $υ_o$=2m/s, κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου προς τα πάνω ένα σώμα Σ μάζας m=2kg. Όταν το σώμα ακουμπήσει στο ελατήριο, ενώνεται με αυτό και αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση.



α) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο.
β) Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
γ) Να γράψετε τη συνάρτηση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο, θεωρώντας t=0 τη στιγμή της ένωσης του σώματος με το ελατήριο και τα θετικά προς τα πάνω.
δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο εκτόξευσης για δεύτερη φορά.
Δίνεται $g=10m/s^2$