ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ (Π.Φ.)

Στην ενότητα αυτή θα επεκτείνουμε την έννοια «ταλάντωση» για να συμπεριλάβουμε και τις ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Περιοδικά φαινόμενα ονομάζονται τα φαινόμενα που επαναλαμβάνονται αναλλοίωτα σε σταθερά χρονικά διαστήματα, π.χ. η περιφορά της Σελήνης γύρω από τη Γη, η κίνηση του εκκρεμούς, κ.α.
Περίοδος (Τ) ενός Π.Φ. ονομάζουμε το χρόνο που απαιτείται για να ολοκληρωθεί ΜΙΑ φορά το φαινόμενο.
Αν σε χρόνο t γίνονται Ν επαναλήψεις του φαινομένου, η περίοδος είναι:

$$T = \frac{t}{N} \qquad (1)$$

Συχνότητα (f) ενός Π.Φ. είναι το πηλίκο του αριθμού (Ν) των επαναλήψεων του φαινομένου προς τον αντίστοιχο χρόνο. Δηλ.:

$$f = \frac{N}{t} \qquad (2)$$

άρα:

$$T = \frac{1}{f} \qquad \text{ή} \qquad f = \frac{1}{T}$$

Μονάδες μέτρησης:

Περίοδος: $T \to 1\text{s}$

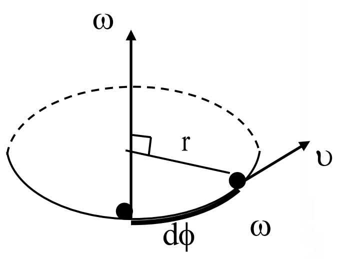
Συχνότητα: $f \to 1\text{s}^{-1}$ ή 1 Hz (χέρτζ).

Γωνιακή συχνότητα (ω): ορίζεται από το πηλίκο:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (3)$$ χωρίς άμεση φυσική σημασία.

Μονάδα μέτρησης: $1\,\mathrm{rad}/\mathrm{s}$

Προσοχή: Στην κυκλική κίνηση ορίζεται ένα μέγεθος (διανυσματικό) που λέγεται γωνιακή ταχύτητα με μέτρο $\omega = \frac{d\phi}{dt}$. Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας είναι ίσο με τη γωνιακή συχνότητα. Στο σχ. 1 φαίνεται το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας σε κυκλική κίνηση.



σχ. 1

ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (Α.Α.Τ.)

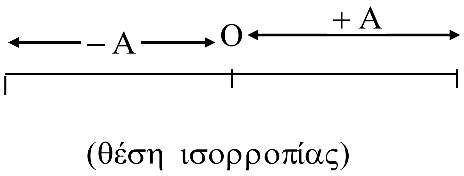
Α) Κινηματική προσέγγιση

Ταλάντωση ονομάζεται μια περιοδική κίνηση που γίνεται παλινδρομικά γύρω από μια θέση. (θέση ισορροπίας ή Θ.Ι.).

Γραμμική ταλάντωση ονομάζεται η ταλάντωση που γίνεται σε ευθεία τροχιά.

Απλή αρμονική ταλάντωση ονομάζεται μια γραμμική ταλάντωση στην οποία η απομάκρυνση το σώματος από τη Θ.Ι., είναι αρμονική (ή ημιτονική) συνάρτηση του χρόνου, δηλ. δίνεται από τη σχέση:

$x = A \cdot ημωt$ (4)



σχ. 2

όπου Α είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη Θ.Ι. και ονομάζεται πλάτος της ταλάντωσης. (βλ. σχ. 2)

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος κάθε στιγμή δίνονται από τις σχέσεις:

$υ = υ_{max} \cdot συνωt$ (5) $υ_{max}$: η μέγιστη ταχύτητα

$α = -α_{max} \cdot ημωt$ (6) $α_{max}$: η μέγιστη επιτάχυνση

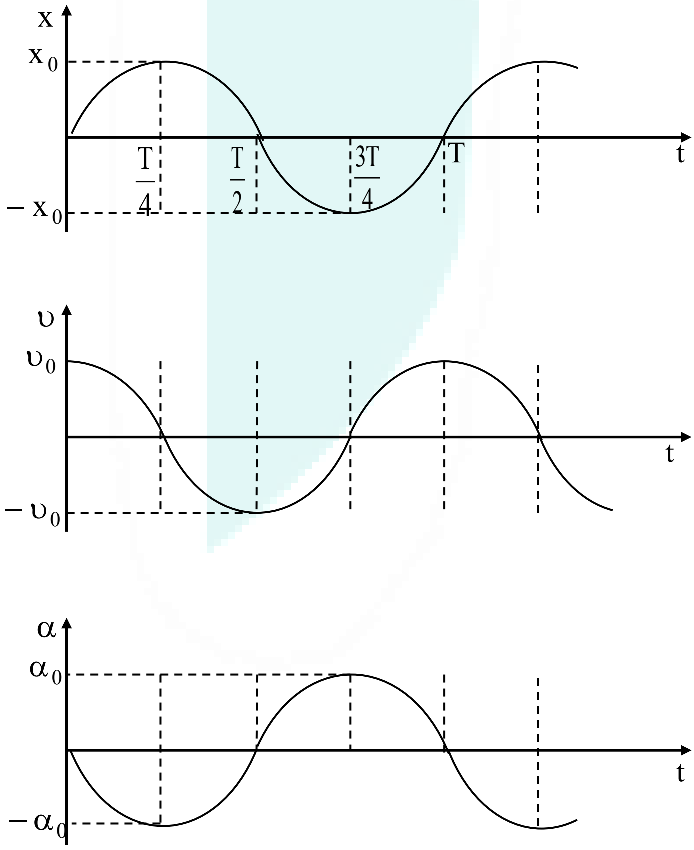
Το σώμα έχει $υ_{max}$ όταν περνά από το Ο δηλ. τη Θ.Ι. (x = 0).

Το σώμα έχει $α_{max}$ όταν περνά τα ακραία σημεία της τροχιάς δηλ. τα x = A και x = -A.

Επίσης $υ_{max} = ω \cdot A$ (7) και $α_{max} = ω^2 \cdot A$ (8)

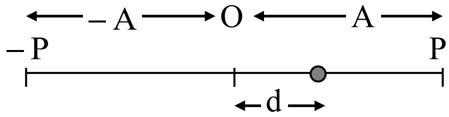
Οι σχέσεις 4, 5, 6 ισχύουν σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση, με την προϋπόθεση ότι τη χρονική στιγμή μηδέν (t=0) το κινητό βρίσκεται στο σημείο Ο (Θ.Ι.) και κινείται κατά τη θετική φορά.

Στα πιο κάτω διαγράμματα φαίνεται η μεταβολή της x, της υ, και της α, με το χρόνο σ' ένα σώμα που κάνει γραμμική αρμονική ταλάντωση, και τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα περνά από τη Θ.Ι. κινούμενο προς τη θετική φορά.



σχ. 3

Αν τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό περνά από κάποιο άλλο σημείο Γ, που απέχει από τη Θ.Ι. απόσταση d.



σχ. 4

για t = 0

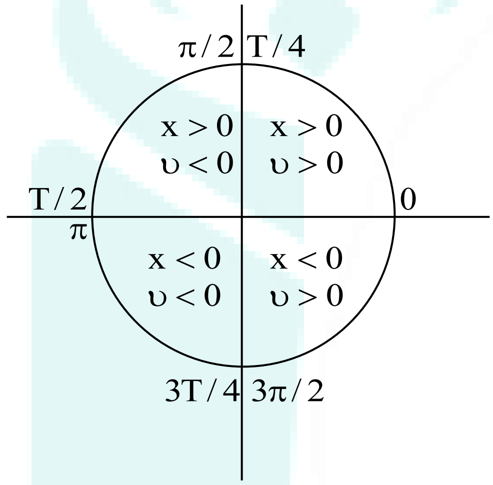
Οι σχέσεις 4, 5, 6 διαφοροποιούνται και γίνονται:

$$\left.\begin{array}{ll} x = A \cdot ημ(ωt + φ) & α \\ υ = υ_{max} \cdot συν(ωt + φ) & β \\ α = -α_{max} \cdot ημ(ωt + φ) & γ \end{array}\right\} (9)$$

Η γωνία φ βρίσκεται αν πούμε ότι για t = 0 έχουμε x = d οπότε:

$$d = A \cdot ημφ \Rightarrow ημφ = \frac{d}{A}$$

Η γωνία φ ονομάζεται **αρχική φάση.**
Η γωνία $ωt + φ$ ονομάζεται **φάση της ταλάντωσης.**



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

i) Διαφορά φάσης δύο μεγεθών σημαίνει ότι τα μεγέθη αυτά δεν παίρνουν ταυτόχρονα τη μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή τους, σε αντίθεση με τα μεγέθη που είναι συμφασικά (έχουν τη ίδια φάση).

ii) Η φάση της επιτάχυνσης α, στην απλή αρμονική ταλάντωση, προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά π. Η φάση της επιτάχυνσης α προηγείται της φάσης της ταχύτητας υ κατά $\frac{π}{2}$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Δύναμη επαναφοράς είναι η δύναμη F που τείνει να επαναφέρει το σώμα στη Θ.Ι. και δίνεται από την εξίσωση:

$$F = -D \cdot x \qquad (10)$$

Η σταθερά D ονομάζεται **σταθερά επαναφοράς.**

Απόδειξη της σχέσης $\mathbf{F=-D\cdot x}$ για ένα σώμα που εκτελεί Α.Α.Τ.

Έστω κινητό που εκτελεί Α.Α.Τ. Η συνολική δύναμη που δέχεται το σώμα και είναι υπεύθυνη για την επιτάχυνσή του είναι:

$$F=m\cdot\alpha \qquad \text{αλλά } \alpha=-\alpha_{max}\cdot ημω\cdot t$$
$$\Rightarrow F=-m\cdot\alpha_{max}\cdot ημω\cdot t \qquad \text{αλλά } \alpha_{max}=\omega^2\cdot A$$
$$\Rightarrow F=-m\cdot\omega^2\cdot A\cdot ημω\cdot t \qquad \text{αλλά } x=A\cdot ημω\cdot t$$
$$\Rightarrow F=-m\cdot\omega^2\cdot x \qquad \text{ΘΕΤΩ } m\omega^2=D$$
$$\Rightarrow F=-Dx$$

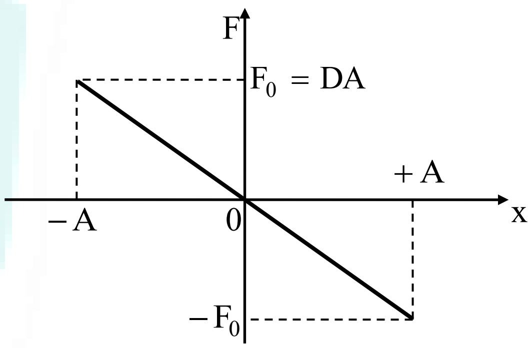
Όταν x = 0 και F = 0 δηλ. όταν το σώμα περνά από τη Θ.Ι. της ταλάντωσης μηδενίζεται η δύναμη επαναφοράς.
Από τη σχέση 10 φαίνεται ότι για να εκτελεί ένα σώμα Α.Α.Τ. θα πρέπει η συνολική δύναμη που δέχεται να είναι **ανάλογη** με την απομάκρυνση (x) του σώματος από τη Θ.Ι. και **αντίθετης φοράς.**
Η περίοδος μιας ταλάντωσης υπολογίζεται εύκολα ως εξής: Ξέρω ότι:

$$D=m\omega^2 \text{ αλλά } \omega=\frac{2\pi}{T}$$
$$\Rightarrow D=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$
$$\Rightarrow T^2=(2\pi)^2\cdot\frac{m}{D}$$
$$\Rightarrow T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} \qquad (11)$$

Από την σχέση (11) φαίνεται ότι **η περίοδος T** της ταλάντωσης είναι **ανεξάρτητη** του **πλάτους $\mathbf{x_0}$** της ταλάντωσης.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης F = f(x) φαίνεται στο σχήμα (είναι ευθεία, γιατί είναι 1[ου] βαθμού ως προς x).

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης F = f(x) είναι ίδιας μορφής με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης α = f(t).



ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Ενέργεια ταλάντωσης ενός συστήματος που ταλαντώνεται είναι η ενέργεια που δώσαμε αρχικά στο σύστημα (μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης) για να το διεγείρουμε (να το θέσουμε σε ταλάντωση).

Κατά τη διάρκεια της Α.Α.Τ. ενός σώματος, αυτό έχει κινητική και δυναμική ενέργεια. Η κινητική ενέργεια είναι:

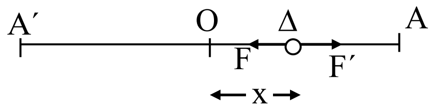
$K=\frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2$ η οποία παίρνει τις μορφές:

$$K=\frac{1}{2}m\cdot\upsilon_{max}^2\cdot συν^2\cdot\omega\cdot t \qquad (12)$$

$$K=\frac{1}{2}m\cdot\omega^2\cdot A^2\cdot συν^2\cdot\omega\cdot t \qquad (13)$$

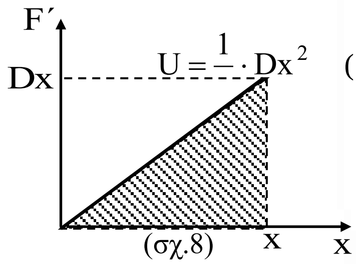
η **κινητική** ενέργεια είναι **μέγιστη** στη Θ.Ι. του ταλαντωμένου σώματος ενώ **μηδενίζεται** στις μέγιστες απομακρύνσεις.

Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης υπολογίζεται ως εξής:
Ένα ταλαντωμένο σώμα για να μετακινηθεί από τη Θ.Ι. σε νέα θέση Δ, που απέχει απόσταση x από τη Θ.Ι. πρέπει να του ασκηθεί δύναμη F τέτοια ώστε να εξουδετερώνει τη δύναμη επαναφοράς F. Σε
κάθε θέση είναι:
$F' = D \cdot x$



(σχ. 7)

Το έργο της δύναμης F΄ υπολογίζεται από τη γραφική παράσταση $F' = F(x)$ και είναι $W = \frac{1}{2} \cdot Dx^2$.Το έργο της F΄ αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια στο σύστημα. Αρα



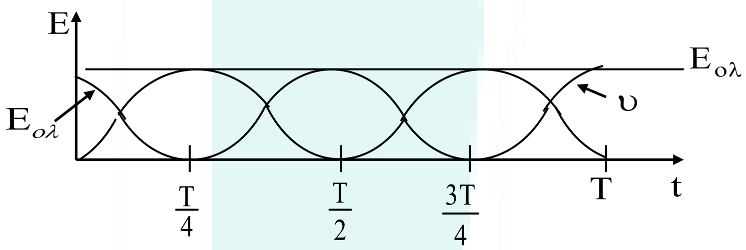
$$U = \frac{1}{2} \cdot Dx^2 \quad (14)$$

(σχ.8)

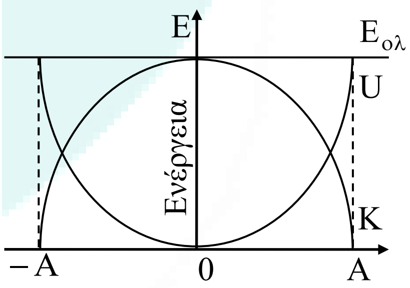
και επειδή $D = m\omega^2$ και $x = A \cdot \eta\mu\omega \cdot t$ η (14) γίνεται:

$$U = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \eta\mu^2 \omega \cdot t \quad (15)$$

Από τις σχέσεις 13 και 15 φαίνεται ότι η κινητική και η δυναμική ενέργεια στην Α.Α.Τ. μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο.



σχ. 9



$$U = f(x), K = f(x)$$

Στα σημεία τομής είναι $U = K = E_{ολ} / 2$

ΛΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $x_0 = 4cm$ και συχνότητα $f = 10Hz$, τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα βρίσκεται τη θέση $x = +x_0 = +4cm$. Να γραφούν οι εξισώσεις που δίνουν την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επειδή το σώμα τη χρονική στιγμή t = 0 δεν βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του (όπου x = 0, η απλή αρμονική ταλάντωση θα έχει αρχική φάση φ_0 και η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο θα είναι της μορφής:

$$x = x_0 \eta\mu(\omega t + \phi_0)$$

όπου $x_0 = 4cm$ και $\omega = 2\pi f = 20\pi$.

Για t = 0 η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$+x_0 = x_0 \eta\mu(20\pi \cdot 0 + \phi_0) \text{ ή}$$

$$\eta\mu\phi_0 = 1 \quad \text{ή} \quad \eta\mu\phi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{2} \quad \text{ή} \quad \phi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης γίνεται:

$$x = x_0 \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{ή}$$

$$x = 4\eta\mu\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Η εξίσωση της ταχύτητας θα είναι:

$$\upsilon = \upsilon_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0) \quad \text{ή} \quad \upsilon = \omega x_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0) \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = 20\pi \cdot 4\sigma\upsilon\nu\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{ή} \quad \upsilon = 80\pi\sigma\upsilon\nu\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Τέλος, η εξίσωση της επιτάχυνσης θα είναι:

$$\alpha = -\alpha_0 \eta\mu(\omega t + \phi_0) \quad \text{ή} \quad \alpha = -\omega^2 x_0 \eta\mu(\omega t + \phi_0) \quad \text{ή}$$

$$\alpha = -(20\pi)^2 \cdot 4\eta\mu\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{ή} \quad \alpha = -1600\pi^2 \eta\mu\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

2. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x = 10\eta\mu\left(\frac{2\pi}{3}\cdot t\right)$ (το x σε m και το t σε s) σε ποιες χρονικές στιγμές η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του θα είναι $x = +5\text{cm}$;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η σχέση $x = 10\eta\mu\left(\frac{2\pi}{3}\cdot t\right)$ για $x = +5\text{cm}$ γράφεται:

$$+5 = 10\eta\mu\left(\frac{2\pi}{3}\cdot t\right) \quad \acute{\eta} \quad \eta\mu\left(\frac{2\pi}{3}\cdot t\right) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \acute{\eta} \quad \eta\mu\left(\frac{2\pi}{3}\cdot t\right) = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

Η τριγωνομετρική αυτή εξίσωση έχει γενικές λύσεις:

$$\frac{2\pi}{3}\cdot t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \quad \acute{\eta} \quad t = 2\kappa\cdot\frac{3}{2} + \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{2} \quad \acute{\eta} \quad t = 3\kappa + \frac{1}{4} \qquad (1)$$

και

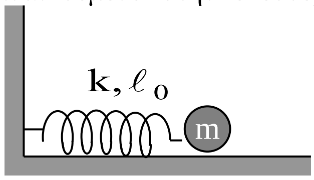
$$\frac{2\pi}{3}\cdot t = (2\kappa\pi + 1)\pi - \frac{\pi}{6} \quad \acute{\eta} \quad t = (2\kappa\pi + 1)\cdot\frac{3}{2} - \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{2} \quad \acute{\eta} \quad t = 3\kappa + \frac{5}{4} \quad (2)$$

όπου κ ακέραιος $(\kappa = 0,1,2,3,\ldots)$

- Για κ = 0 η (1) δίνει $t_1 = \frac{1}{4}\text{s} = 0{,}25\text{s}$, η οποία είναι η χρονική στιγμή που για πρώτη φορά περνά το σώμα από τη θέση όπου $x = +5\text{m}$.

- Για κ = 0 η (2) δίνει $t_2 = \frac{5}{4}\text{s} = 1{,}25\text{s}$, η οποία είναι η χρονική στιγμή που για δεύτερη φορά περνά το σώμα από τη θέση όπου $x = +5\text{m}$.

3. Σώμα μάζας $m = 2kg$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 8N/m$.



Απομακρύνουμε το σώμα κατά $x_1 = 10cm$ από τη θέση ισορροπίας του και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο.

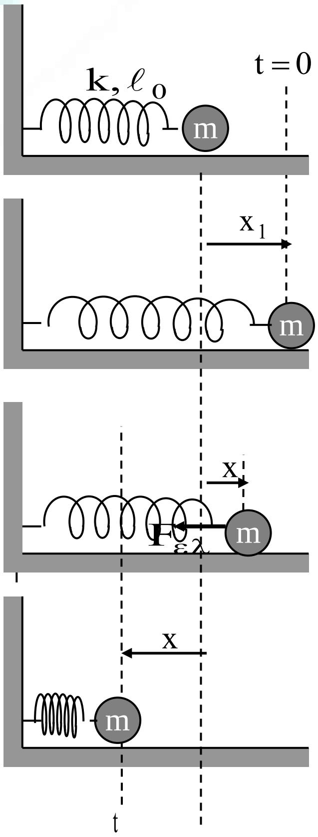
i) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

ii) Να βρείτε την περίοδο T της ταλάντωσης που θα κάνει το σώμα.

iii) Να βρείτε την απομάκρυνση x και την ταχύτητα υ του σώματος μετά από χρόνο $t = \frac{\pi}{2}s$ από τη στιγμή που το αφήσαμε ελεύθερο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

i) Όταν το σώμα βρίσκεται σε μια τυχαία θέση, όπου η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι x, στην οριζόντια διεύθυνση (διεύθυνση του ελατηρίου) ασκείται σε αυτό μόνο η δύναμη του ελατηρίου, οπότε ισχύει:



$$\Sigma F = 0 - F = -kx$$

Η σχέση αυτή αποτελεί ικανή συνθήκη για να κάνει το σώμα απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k.

Η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad ή \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad ή$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{8}} \quad ή \quad T = \pi \cdot s \quad ή$$

ii) Η απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας τη χρονική στιγμή t δίνεται από τη σχέση:

$$x = x_0 ημ(\omega t + \phi_0) \quad (1)$$

και η ταχύτητα υ του σώματος από τη σχέση

$$\upsilon = x_0 \omega συν(\omega t + \phi_0) \quad (2)$$

Το πλάτος x_0 είναι ίσο με την αρχική απομάκρυνση, δηλαδή: $x_0 = x_1 = 10cm$

Η αρχική φάση φ_0 υπολογίζεται από τη σχέση (1) αν θέσουμε σε αυτή $t = 0$ και $x = +x_0$:

$$x = x_0 ημ(\omega \cdot 0 + \phi_0) \quad ή \quad ημ\phi_0 = 1 \quad ή \quad ημ\phi_0 = ημ\frac{\pi}{2}$$

και επειδή είναι $0 \le \phi_0 < 2\pi$, παίρνουμε $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$.

Έτσι οι σχέσεις (1) και (2) γράφονται αντίστοιχα: $x = 10\eta\mu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$ και $\upsilon = 20\sigma\upsilon\nu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$

Τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{2}s$ θα έχουμε: $x = 10\eta\mu\left(2 \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = -10cm$

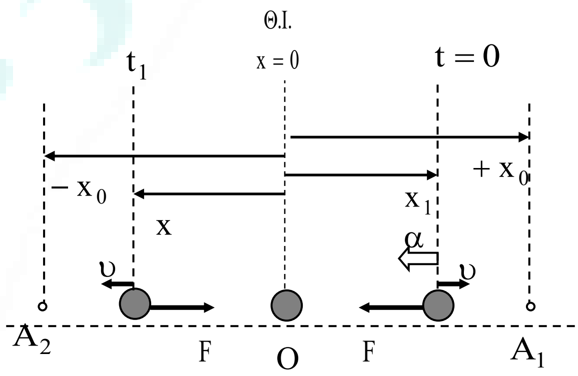
και $\upsilon = 20\sigma\upsilon\nu\left(2 \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 0$

4. Ένα σώμα μάζας $m = 1kg$ κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $x_0 = 2m$ και περίοδο $T = 1s$. Αν τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα βρίσκεται σε θέση όπου η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του είναι $x_1 = +\sqrt{2}m$ και η ταχύτητά του είναι θετική, να βρείτε:

i) Τη σταθερά επαναφοράς D
ii)Την αρχική φάση φ_o της ταλάντωσης
iii) Τη δύναμη επαναφορά τη χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}5s$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

i) Η σταθερά επαναφοράς D δίνεται από τη σχέση:



$$D = m\omega^2, \quad \text{όπου} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

οπότε έχουμε:

$$D = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \quad \text{ή} \quad D = 1 \cdot \frac{4\pi^2}{1^2} \quad \text{ή} \quad D = 4\pi^2 N/m$$

ii) Από τη γενική εξίσωση της απομάκρυνσης στην απλή αρμονική ταλάντωση: $x = x_0\eta\mu(\omega t + \phi_0)$

αφού για t = 0 είναι $x = x_1 = +\sqrt{2}m$, παίρνουμε:

$$+\sqrt{2}m = 2\eta\mu(\omega \cdot 0 + \phi_0) \quad \text{ή} \quad \eta\mu\phi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\phi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{4}$$

Η τριγωνομετρική αυτή εξίσωση έχει λύσεις τις

$$\phi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1) \quad \text{και} \quad \phi_0 = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

Επειδή η αρχική φάση φ_0 μπορεί να πάρει τιμές μεταξύ του 0 και του 2π, από τις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$\phi_0 = \frac{\pi}{4} \quad \text{ή} \quad \phi_0 = \frac{3\pi}{4}$$

Όμως η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t = 0 δίνεται από τη σχέση: $\upsilon = \upsilon_0\sigma\upsilon\nu\phi_0$

και επειδή, σύμφωνα με την άσκηση, εκείνη τη στιγμή είναι θετική, πρέπει $\sigma\upsilon\nu\varphi_0 > 0$. Κατά συνέπεια η αρχική φάση της ταλάντωσης θα είναι: $\phi_0 = \frac{\pi}{4}$

iii) Η δύναμη επαναφοράς δίνεται κάθε χρονική στιγμή από τη σχέση:

$$F = -Dx \quad \text{ή} \quad F = -Dx_0\eta\mu(\omega t + \phi_0) \quad \text{ή}$$

$$F = -4\pi^2 \cdot 2\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{ή} \quad F = -8\pi^2\eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}5s$ θα έχουμε:

$$F = -8\pi^2 \eta\mu\left(2\pi \cdot 1{,}5 + \frac{\pi}{4}\right) = -8\pi^2 \eta\mu\left(3\pi + \frac{\pi}{4}\right) \quad ή$$

$$F = -8\pi^2 \eta\mu\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -8\pi^2\left(-\eta\mu\frac{\pi}{4}\right) \quad ή$$

$$F = 4\pi^2\sqrt{2}N$$

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Περιοδικά φαινόμενα		
Περίοδος: $T = \frac{t}{N}$	Συχνότητα: $t = \frac{1}{T}$	Γωνιακή συχνότητα: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Απλή αρμονική ταλάντωση (α.α.τ.) Α. Μηχανικές ταλαντώσεις		
Απομάκρυνση: $x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$	Ταχύτητα: $\upsilon = A\omega\sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0), \upsilon = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$	
Επιτάχυνση: $\alpha = -\omega^2 x = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \phi_0), \alpha = \pm\omega\sqrt{A^2\omega^2 - \upsilon^2}$		
Ελατήριο: $F_{\varepsilon\lambda} = -Kx$	Ταλαντωτής: $\Sigma F = -Dx$	Περίοδος: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$
Δυναμική ενέργεια: $U = \frac{1}{2}Dx^2$, $U_{max} = \frac{1}{2}DA^2$		
Κινητική ενέργεια: $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$, $K_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$		
Ολική ενέργεια $E = U + K$		