

Ασκήσεις στη Σύνθεση δύο Απλών Αρμονικών Ταλαντώσεων

1. Να βρεθεί η εξίσωση της ταλάντωσης που θα εκτελέσει ένα σώμα, αν μετέχει ταυτόχρονα σε Α.Α.Τ. όπως προκύπτει από τα παρακάτω ζεύγη Α.Α.Τ. ($x_{ολ} = ;$):

$$x_1 = 6\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$x_2 = 6\eta\mu(10\pi t + \frac{5\pi}{6})$$

$$x_3 = 0,1\sqrt{2}\eta\mu(5\pi t + \frac{\pi}{6})$$

$$x_4 = 0,1\eta\mu(5\pi t + \frac{2\pi}{3})$$

$$x_5 = 5\eta\mu(2t + \frac{\pi}{2})$$

$$x_6 = 5\eta\mu(2t + \frac{\pi}{6})$$

$$x_7 = 4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3})$$

$$x_8 = 8\eta\mu(2\pi t + \frac{7\pi}{6})$$

$$x_9 = 4\eta\mu(6\pi t + \frac{\pi}{3})$$

$$x_{10} = 4\eta\mu(6\pi t - \frac{\pi}{6})$$

2. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση με εξισώσεις: $x_1 = 0,01\eta\mu(2\pi t)$ και $x_2 = 0,01\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3})$ (S.I.)

i) Ποια είναι η περίοδος της συνισταμένης ταλάντωσης;

ii) Να βρείτε το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης του σώματος και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης.

(Απάντηση: i) 1s ii) $0,01\sqrt{3}\text{m}$)

3. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με περίοδο $T=1,2\text{s}$ η καθεμία και με πλάτη $A_1=5\text{cm}$ και $A_2=2\text{cm}$. Οι ταλαντώσεις αυτές γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο.

i) Να βρείτε την περίοδο της συνισταμένης ταλάντωσης.

ii) Ποία είναι η μέγιστη και ποία η ελάχιστη τιμή του πλάτους της συνισταμένης ταλάντωσης;

iii) Αν οι αρχικές φάσεις και των δύο ταλαντώσεων είναι 0, να βρείτε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του μετά από το χρόνο $t=0,1\text{s}$ από την αρχή της ταλάντωσης του.

(Απάντηση: i) 1,2s ii) 3cm iii) +3,5cm)

4. Δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις έχουν πλάτη $A_1=10\text{cm}$ και $A_2=8\text{cm}$ και πραγματοποιούνται ταυτόχρονα. Αν οι ταλαντώσεις αυτές έχουν ίσες συχνότητες, την ίδια διεύθυνση, την ίδια θέση ισορροπίας και το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $A=14\text{cm}$, πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ τους;

(Απάντηση: $\frac{1}{5}$)

5. Σώμα μάζας $m=0,2\text{ kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1=6\eta\mu(2\pi t)$ και $x_2=8\sigma\upsilon\upsilon\eta\mu(2\pi t)$ της ίδιας διεύθυνσης και της ίδιας θέσης ισορροπίας. Να βρείτε:

i) την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης,

ii) την ενέργεια κάθε απλής αρμονικής ταλάντωσης και την ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης,

iii) την ταχύτητα του σώματος στη θέση όπου η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας είναι $\chi=+6\text{cm}$

(Απάντηση: i) $10\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ ii) $4\pi^2 \cdot 10^{-3}\text{J}$ iii) $\pm 16\pi\text{ cm/s}$)

6. Μικρό σώμα μάζας $M=10^{-3}\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας και γύρω από το ίδιο σημείο ισορροπίας. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι $x_1=4\eta\mu 2t$ και $x_2=4\eta\mu (2t+\frac{\pi}{3})$.
- Να γράψετε την εξίσωση της σύνθετης κίνησης του σώματος.
 - Να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{4}\text{s}$
 - Να βρείτε τις ενέργειες των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων και την ενέργεια την σύνθετη ταλάντωσης.
- (Απάντηση: i) $4\sqrt{3}\eta\mu(2t+\frac{\pi}{6})$ ii) -24cm/s^2 iii) $96\cdot 10^{-7}\text{J}$)
7. Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1=10\eta\mu(3\pi+\frac{\pi}{3})$ και $x_2=10\eta\mu(3\pi-\frac{\pi}{6})$ της ίδιας διεύθυνσης και της ίδιας θέσης ισορροπίας.
- Να βρείτε τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων,
 - Να γράψετε την εξίσωση της σύνθετης ταλάντωσης που προκύπτει,
 - Ποια είναι η σταθερά D της σύνθετης ταλάντωσης;
 - Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο.
- (Απάντηση: i) $\frac{\pi}{2}\text{rad}$ ii) $10\sqrt{2}\eta\mu(3\pi+\frac{\pi}{12})$ iii) $9\pi^2\text{N/m}$ iv) $-0,9\sqrt{2}\pi^2\eta\mu(3\pi+\frac{\pi}{12})$)
8. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα τρεις απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1=10\eta\mu\omega t$, $x_2=30\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{2})$ και $x_3=A_3\eta\mu(\omega t+\frac{3\pi}{2})$ της ίδιας διεύθυνσης και της ίδιας θέσης ισορροπίας. Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης όταν:
- $A_3=30\text{cm}$
 - $A_3=20\text{cm}$
- (Απάντηση: i) $10\eta\mu\omega t$ ii) $10\sqrt{2}\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{4})$)
9. Σώμα μάζας $m=10^{-2}\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας με εξισώσεις $x_1=6\cdot 10^{-2}\eta\mu 20t$ και $x_2=A_2\eta\mu(20t+\frac{\pi}{2})$ (S.I.). Όταν το σώμα εκτελεί τη σύνθετη ταλάντωση και διέρχεται από τη θέση $x=+5\cdot 10^{-2}\text{m}$, έχει ταχύτητα μέτρου $u=\sqrt{3}\text{m/s}$. Να βρείτε:
- τη σταθερά D των ταλαντώσεων, το πλάτος A της σύνθετης ταλάντωσης και το πλάτος A_2 .
 - την απομάκρυνση x της σύνθετης ταλάντωσης στις θέσεις όπου η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι τριπλάσια της κινητικής ενέργειας.
- (Απάντηση: i) $8\cdot 10^{-2}\text{m}$ ii) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 10^{-1}\text{m}$)
10. Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση T η οποία προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων T_1 και T_2 της ίδιας διεύθυνσης, της ίδιας θέσης ισορροπίας και της ίδιας γωνιακής συχνότητας $\omega=\pi\text{rad/s}$. Οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις T_1 και T_2 έχουν αντίστοιχα ενέργεια $E_1=36\text{J}$ και $E_2=64\text{J}$.
- (Απάντηση: i) $\varphi=\frac{\pi}{2}\text{rad}$ ii) 4J)
11. Σώμα μάζας $m=10^{-2}\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας με εξισώσεις $x_1=A_1\eta\mu 10t$ και $x_2=A_2\eta\mu(10t+\varphi)$ όπου $A_1=A_2$. Η συνισταμένη ταλάντωση περιγράφεται από την εξίσωση $x=0,1\eta\mu(10t+\frac{\pi}{3})$. Να βρείτε:
- τη διαφορά φάσης φ των αρχικών ταλαντώσεων και το πλάτος τους,
 - τη σταθερά D των ταλαντώσεων και την ενέργεια κάθε ταλάντωσης,
 - την εξίσωση της κινητικής ενέργειας της συνισταμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.
- (Απάντηση: i) $0,1\text{m}$ ii) E iii) $5\cdot 10^{-3}\text{συν}(10t+\frac{\pi}{3})$)

12. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας με εξισώσεις $x_1=0,2\eta\mu 40t$ και $x_2=A_2\eta\mu(40t +\varphi)$. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης x_1 είναι $E_1=8J$, της ταλάντωσης x_2 είναι $E_2=2J$ και της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $E=6J$. Να βρείτε:
- τη σταθερά D της κάθε ταλάντωσης, το πλάτος A_2 , καθώς και το πλάτος A της συνισταμένης ταλάντωσης,
 - τη διαφορά φάσης φ των δύο ταλαντώσεων και τη συνάρτηση $x=f(t)$ της συνισταμένης ταλάντωσης.
- (Απάντηση: i) $0,1\sqrt{3}m$ ii) $0,1\sqrt{3}\eta\mu(40t +\frac{\pi}{6})$)
13. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμόνικες ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1=\eta\mu\omega t$ και $x_2=\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\omega t$ ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας. Να αποδείξετε ότι η συνισταμένη ταλάντωση είναι απλή αρμονική και να γράψετε την εξίσωση της.
- (Απάντηση: $\frac{\pi}{3}rad$)

