

ΡΕΥΣΤΟ 3^ο- 4^ο ΘΕΜΑ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΡΕΥΣΤΩΝ

$$\text{Πίεση : } P = \frac{dF}{dA}$$

$$\text{Πυκνότητα, } \rho : \rho = \frac{m}{V}$$

Υδροστατική πίεση $P = \rho gh$, **h**: Το βάθος του υγρού

$$\text{Παροχή : } \Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ (m}^3/\text{s) ή } \Pi = A \cdot v$$

$$\text{Εξ. Συνέχειας : } \Pi_1 = \Pi_2 \text{ ή } A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\text{Εξ. Bernoulli: } \frac{1}{2} \rho v_A^2 + p_A + \rho g h_A = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + p_B + \rho g h_B \text{ ή } \frac{1}{2} \rho v_A^2 + p_A + \rho g h_A = \text{σταθ.}$$

$$\text{Εξ. Toricelli: } v = \sqrt{2gh}$$

$$\text{ΙΞΩΛΕΣ (εσωτερική τριβή) } F = \frac{nAv}{\ell}, \text{ με } n: \text{ συντελεστής ιξώδους}$$

$$\text{poise (p). } 1\text{p} = 0,1\text{Pas} = 0,1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

$$\text{Δυναμική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ρευστού: } \frac{U}{\Delta V} = \frac{mgh}{\Delta V} = \rho gh$$

$$\text{Κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ρευστού: } \frac{K}{\Delta V} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$\text{Έργο δύναμης ανά μονάδα όγκου του ρευστού: } \frac{W}{\Delta V} = \frac{F \cdot \Delta x}{\Delta V} = \frac{F_1 \Delta x - F_2 \Delta x}{\Delta V} = \frac{(p_1 - p_2) A \cdot \Delta x}{\Delta V} = p_1 - p_2$$

1. Η φλέβα του νερού μιας βρύσης γίνεται στενότερη καθώς το νερό πέφτει. Η ακτίνα της διατομής της φλέβας στη θέση 1, όταν εξέρχεται από τη βρύση είναι $r_1 = 2\text{cm}$ και γίνεται $r_2 = 1\text{cm}$ σε απόσταση h πιο κάτω (θέση 2). Το νερό στη θέση 1 έχει ταχύτητα $v_1 = 1\text{m/s}$. Να υπολογίσετε :



- την παροχή της βρύσης.
 - την ταχύτητα του νερού στη θέση 2.
 - την απόσταση h .
 - το χρόνο που χρειάζεται για να γεμίσει μια δεξαμενή χωρητικότητας 4m^3 .
- Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

2. Ένας σωλήνας αποτελείται από δύο κυλινδρικά μέρη διαφορετικής ακτίνας και μέσα σε αυτόν ρέει λάδι. Το πρώτο μέρος του σωλήνα ακτίνας $r_1=2\text{cm}$ μεταφέρει στο δεύτερο λάδι μάζας $m=4\text{kg}$ σε χρονικό διάστημα $t=5\text{s}$. Η ταχύτητα του λαδιού στο δεύτερο και στενότερο κυλινδρικό μέρος είναι $v_2 = \frac{10}{\pi} \text{m/s}$. Να υπολογίσετε:



- πόσος όγκος λαδιού μεταφέρθηκε στο δεύτερο σωλήνα σε χρονικό διάστημα $t=5\text{s}$.
 - την παροχή λαδιού στο δεύτερο σωλήνα.
 - την ταχύτητα ροής στον πρώτο σωλήνα.
 - την ακτίνα του δεύτερου σωλήνα.
- Να θεωρήσετε το λάδι ιδανικό ρευστό.
Δίνεται η πυκνότητα του λαδιού $\rho=0,8 \text{g/cm}^3$.

3. Μία βρύση με παροχή $\Pi_1 = 12 \text{ L/min}$ γεμίζει ένα κυλινδρικό βαρέλι με εμβαδό βάσης $A = 1000 \text{ cm}^2$ σε χρονικό διάστημα $t_1 = 3 \text{ min}$. Να υπολογίσετε:

A) τη μάζα του νερού που χωράει το βαρέλι.

B) την υδροστατική πίεση στον πυθμένα του βαρελιού σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

Μια δεύτερη βρύση κυκλικής διατομής με ακτίνα $r_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \text{ cm}$ και ταχύτητα ροής $v_2 = 15 \text{ m/min}$ χρησιμοποιείται για να γεμίσει το ίδιο βαρέλι.

Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που χρειάζεται:

Γ) η δεύτερη βρύση να γεμίσει το βαρέλι.

Δ) να γεμίσει το βαρέλι, αν χρησιμοποιήσουμε ταυτόχρονα και τις δύο βρύσες.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και η πυκνότητα του νερού $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$.

(Απάντηση: 36 kg , $P_{\text{ΥΔΡ}} = 20 \cdot t \text{ N/m}^2$, 6 min , 2 min)

4. Μία βρύση B_1 , παροχής Π_1 , εσωτερικής διατομής $A_1 = 4 \text{ cm}^2$, ξεκινά τη χρονική στιγμή $t = 0$ να εισάγει νερό με ταχύτητα ροής $v_1 = 30 \text{ m/min}$, σε μια μικρή άδεια κυλινδρική δεξαμενή εμβαδού βάσης $E_B = 2000 \text{ cm}^2$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 100 \text{ s}$, η στάθμη του νερού ανέρχεται σε ύψος h_1 . Εκείνη τη στιγμή ανοίγουμε μια δεύτερη βρύση, B_2 , αφαίρεσης νερού, που βρίσκεται στον πυθμένα της δεξαμενής, διατηρώντας ανοικτή και τη βρύση B_1 . Παρατηρούμε ότι μετά την πάροδο χρονικού διαστήματος $\Delta t = 100 \text{ s}$, δηλαδή τη χρονική στιγμή $t_2 = 200 \text{ s}$, η στάθμη του νερού ανέβηκε κατά $h_2 = 5 \text{ cm}$ ακόμα. Τη χρονική στιγμή t_2 κλείνουμε τη βρύση B_1 και αφήνουμε ανοικτή μόνο τη δεύτερη βρύση. Να υπολογίσετε:

A) την παροχή της πρώτης βρύσης.

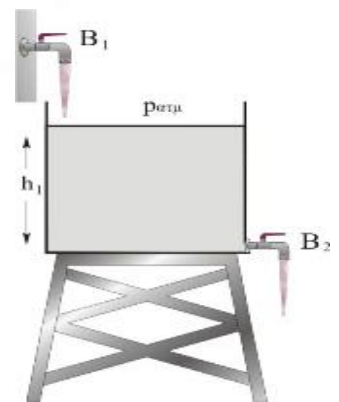
B) το ύψος h_1 .

Γ) την παροχή της δεύτερης βρύσης.

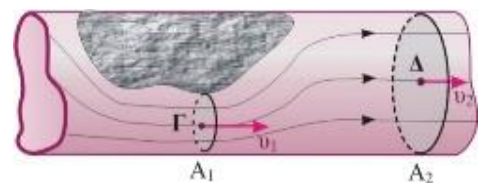
Δ) την υδροστατική πίεση στον πυθμένα της δεξαμενής, μετά από πάροδο χρονικού διαστήματος 100 s από τη στιγμή t_2 που κλείσαμε τη βρύση εισόδου νερού.

E) Ανοίγουμε δεύτερη παροχή εξόδου B_3 αντιδιαμετρικά της B_2 . Ποια πρέπει να είναι η παροχή Π_3 ώστε η δεξαμενή ν'αδειασει σε 40 sec . Δίνονται: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ και ότι η παροχή της βρύσης B_2 παραμένει χρονικά σταθερή.

(Απάντηση: $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$, 10 cm , $10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$, $P_{\text{ΥΔΡ}} = 1000 \text{ N/m}^2$)



5. Η αθηροσκλήρωση είναι πάθηση των αρτηριών που δημιουργείται από τη σταδιακή εναπόθεση λιπαρών ουσιών στα τοιχώματά τους, με αποτέλεσμα τη στένωση και την απόφραξη τους, που μπορεί να οδηγήσει σε έμφραγμα ή εγκεφαλικό επεισόδιο. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μια αρτηρία που είναι εν μέρει φραγμένη στην περιοχή του σημείου Γ. Στην περιοχή που δεν υπάρχει η μερική απόφραξη, η κυκλική διατομή A_2 έχει ενεργό ακτίνα $r_2 = 12 \text{ mm}$ και η ταχύτητα του αίματος είναι $v_2 = 0,5 \text{ m/s}$. Στο σημείο της στένωσης Γ, η κυκλική διατομή A_1 έχει ενεργό ακτίνα r_1 και η ταχύτητα του αίματος, v_1 , είναι αυξημένη κατά 125% σε σχέση με τη v_2 .



Να υπολογίσετε:

A) την ταχύτητα v_1 του αίματος στην περιοχή με την στένωση.

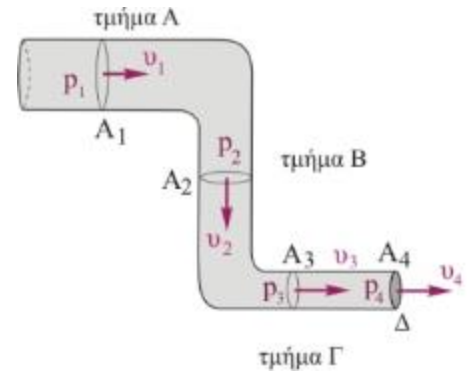
B) την ενεργό διάμετρο d_1 της αρτηρίας στην περιοχή που υπάρχει η στένωση.

Γ) το ποσοστό % που είναι φραγμένη η επιφάνεια της διατομής της αρτηρίας.

Δ) τον όγκο του αίματος που διέρχεται από το σημείο της αρτηρίας με τη στένωση σε χρονικό διάστημα ενός λεπτού.

(Απάντηση: $1,125 \text{ m/s}$, 16 mm , $55,56\%$, $4,32\pi \text{ L}$)

6. Ένας κυλινδρικός σωλήνας νερού βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο και αποτελείται από τρία τμήματα μεταβλητής διατομής, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το τμήμα Α έχει εμβαδό διατομής $A_1=4\text{cm}^2$, το τμήμα Β, $A_2=2\text{cm}^2$ και το τμήμα Γ, A_3 . Στο τμήμα Α του σωλήνα επικρατεί πίεση $p_1=2 \cdot 10^5\text{N/m}^2$. Στο τμήμα Β το νερό έχει ταχύτητα $v_2=10\text{m/s}$. Το νερό εξέρχεται στον αέρα από την έξοδο Δ του σωλήνα.



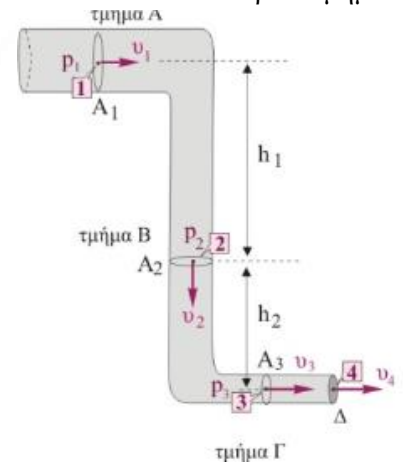
Να υπολογίσετε:

- την ταχύτητα v_1 του νερού στο τμήμα Α του σωλήνα.
- την πίεση p_2 στο τμήμα Β του σωλήνα.
- τη διατομή του σωλήνα A_3 στο τμήμα Γ του σωλήνα.
- τη μάζα του νερού που εξέρχεται από το σωλήνα σε χρόνο $t=5\text{min}$.
- Μια δεξαμενή 6000 lt σε πόσο χρόνο γεμίζει και σε ποια ελάχιστη οριζόντια απόσταση πρέπει να τοποθετηθεί αν το δάπεδο είναι $h=1,8\text{m}$ κάτω από την έξοδο Δ του σωλήνα;

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Δίνονται: η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3\text{kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

(Απάντηση: 5 m/s , 1,625 N/m² , 4/3cm² , 600kg)

7. Ένας κυλινδρικός σωλήνας νερού βρίσκεται στο κατακόρυφο επίπεδο και αποτελείται από τρία τμήματα μεταβλητής διατομής, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το τμήμα Α έχει εμβαδό διατομής $A_1=5\text{cm}^2$, το τμήμα Β, $A_2=2\text{cm}^2$ και το τμήμα Γ, A_3 . Στο τμήμα Β το νερό έχει ταχύτητα $v_2=5\text{m/s}$. Στο τμήμα Γ του σωλήνα η κινητική ενέργεια του νερού ανά μονάδα όγκου είναι $\frac{K}{\Delta V} = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$.



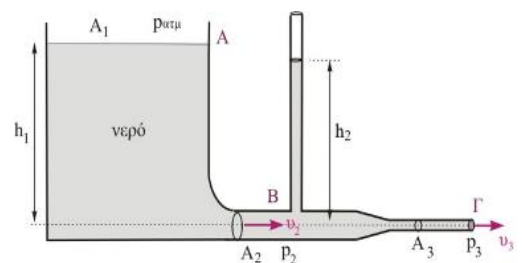
Στο τμήμα Γ (σημεία 3 και 4, βλέπε σχήμα) η διατομή είναι ίδια και το νερό από το άκρο Δ του σωλήνα εξέρχεται στον αέρα. Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των σημείων 1 και 2 είναι $h_1=50\text{cm}$ και μεταξύ των σημείων 2 και 3 είναι $h_2=30\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- την ταχύτητα v_4 του νερού στην έξοδο Δ.
- το εμβαδό διατομής A_3 στο τμήμα Γ.
- τις πιέσεις στα σημεία 1, 2, 3 και 4 του σωλήνα.
- το έργο που παρέχεται από το περιβάλλον ρευστό σε όγκο νερού $\Delta V = 1\text{L}$, κατά την μετακίνησή του από το σημείο 2 στο σημείο 3. Το νερό ιδανικό ρευστό.

Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$, πυκνότητα νερού $\rho=10^3\text{kg/m}^3$ και $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

(Απάντηση: 10 m/s , 1cm² , $P_1=1,4 \cdot 10^5\text{N/m}^2$, $P_2=1,345 \cdot 10^5\text{N/m}^2$, $P_3=P_4=10^5\text{N/m}^2$, 34,5J)

8. Το δοχείο μεγάλης επιφάνειας, που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτό και γεμάτο με νερό. Η επιφάνεια της διατομής του δοχείου είναι A_1 και στο κατώτερο σημείο του πλευρικού τοιχώματος, σε βάθος $h_1=80\text{cm}$ από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, υπάρχει μικρό άνοιγμα από το οποίο εξέρχεται σωλήνας Β, με εμβαδό εσωτερικής διατομής $A_2=2\text{cm}^2$. Ο σωλήνας στη συνέχεια στενεύει σε μικρότερο σωλήνα Γ, με εμβαδό εσωτερικής διατομής $A_3=1\text{cm}^2$. Οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια του δοχείου A_1 . Πάνω στο σωλήνα Β είναι προσαρμοσμένος λεπτός κατακόρυφος ανοικτός σωλήνας, στον οποίο η στήλη νερού έχει ύψος h_2 . Από το σωλήνα Γ το νερό εξέρχεται με ταχύτητα v_3 στον αέρα. Να υπολογίσετε:

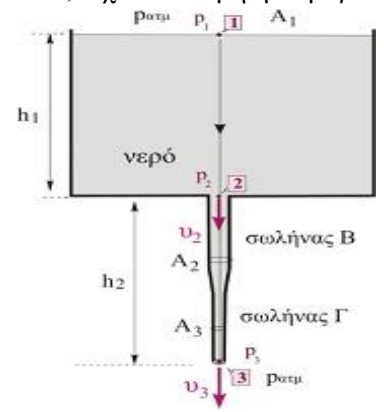


- την ταχύτητα v_3 του νερού στο σημείο εξόδου του σωλήνα, Γ.
- την ταχύτητα v_2 του νερού στο σημείο 2 της εξόδου από το δοχείο.
- την πίεση p_2 στο σωλήνα Β, στο σημείο 2.
- το ύψος h_2 της στήλης του νερού στον κατακόρυφο λεπτό σωλήνα.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3\text{kg/m}^3$ και $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

(Απάντηση: 4 m/s , 2m/s , $P_2=1,06 \cdot 10^5\text{N/m}^2$, 0,6m)

9. Το δοχείο μεγάλης επιφάνειας, που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτό, έχει διατομή με μεγάλη επιφάνεια, A_1 και είναι γεμάτο με νερό. Σε κάποιο σημείο του πυθμένα του δοχείου υπάρχει ένα μικρό άνοιγμα, από το οποίο εξέρχεται σωλήνας Β, με εμβαδό εσωτερικής διατομής $A_2=4\text{cm}^2$. Ο σωλήνας στη συνέχεια στενεύει σε μικρότερο σωλήνα, Γ, με εμβαδό εσωτερικής διατομής $A_3=2\text{cm}^2$. Οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια του δοχείου A_1 . Η στήλη του νερού στο δοχείο έχει σταθερό ύψος $h_1=1\text{m}$, ενώ ο σωλήνας έχει συνολικό μήκος $h_2=1\text{m}$. Το νερό από το σωλήνα εξέρχεται στον αέρα, στο σημείο 3, με ταχύτητα v_3 , ενώ στο σημείο 2 το νερό εξέρχεται από το δοχείο με ταχύτητα v_2 . Να υπολογίσετε:



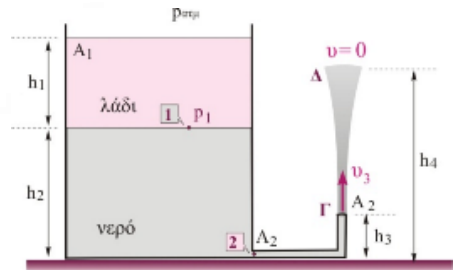
- Α) την ταχύτητα v_3 του νερού στο σημείο εξόδου του σωλήνα Γ, στο σημείο 3.
 Β) την ταχύτητα v_2 του νερού στο σημείο εξόδου από το δοχείο, στο σημείο 2.
 Γ) την πίεση p_2 στο σημείο εξόδου από το δοχείο, στο σημείο 2.

Δ) πόσος όγκος νερού εξέρχεται από το σωλήνα Γ σε χρόνο $t=1\text{min}$.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3\text{kg/m}^3$ και $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

(Απάντηση: $2\sqrt{10}\text{ m/s}$, $\sqrt{10}\text{ m/s}$, $P_2=1,05\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $24\sqrt{10}\cdot 10^{-3}\text{ m}$)

10. Το δοχείο μεγάλης επιφάνειας A_1 , που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτό και γεμάτο με νερό σε σταθερό ύψος $h_2=50\text{ cm}$, ενώ πάνω από το νερό υπάρχει στρώμα λαδιού ύψους $h_1=40\text{ cm}$. Από τον πυθμένα του πλευρικού τοιχώματος του δοχείου εξέρχεται λεπτός σωλήνας σταθερής διατομής $A_2=1\text{ cm}^2$. Ο σωλήνας αρχικά είναι οριζόντιος και στη συνέχεια κάμπτεται, ώστε να γίνει κατακόρυφος προς τα πάνω. Το άνοιγμα του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος $h_3=20\text{ cm}$ πάνω από το επίπεδο του πυθμένα του δοχείου και από εκεί το νερό εκτοξεύεται με ταχύτητα v_3 (βλέπε σχήμα). Η διατομή A_2 είναι πολύ μικρότερη από την επιφάνεια του δοχείου A_1 . Να υπολογίσετε:



Α) την πίεση p_1 στο σημείο 1, στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού - νερού.

Β) την κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του νερού στο σημείο 2 του σωλήνα που βρίσκεται αμέσως μετά την έξοδο του νερού από το δοχείο.

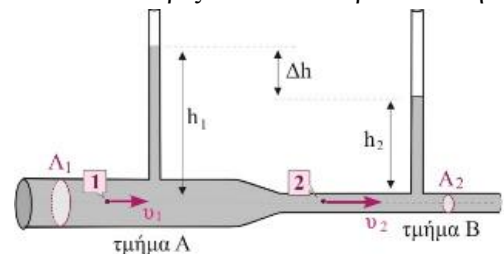
Γ) την πίεση p_2 στο σημείο 2 του σωλήνα που βρίσκεται αμέσως μετά την έξοδο του νερού από το δοχείο.

Δ) το ύψος h_4 που θα φτάσει το νερό, από τον πυθμένα του δοχείου.

Να θεωρήσετε το νερό και το λάδι ιδανικά ρευστά. $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v=10^3\text{ kg/m}^3$, η πυκνότητα του λαδιού $\rho_\lambda=0,9\cdot 10^3\text{kg/m}^3$ και $p_{\text{atm}}=10^5\text{ N/m}^2$.

(Απάντηση: $P_1=103,6\cdot 10^3\text{ N/m}^2$, $K/\Delta V=6,6\cdot 10^3\text{J/m}^3$, $P_2=1,02\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, 86 cm)

11. Το ροόμετρο Venturi, που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, αποτελείται από έναν οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα μεταβλητής διατομής που διαρρέεται από νερό. Στα δύο μέρη του έχει διαφορετικές διατομές $A_1=4\text{cm}^2$ και $A_2=2\text{cm}^2$, αντίστοιχα. Οι δύο λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες είναι ανοικτοί. Όταν στο σημείο 1 η ταχύτητα του νερού είναι $v_1=2\text{m/s}$, το νερό στον πρώτο κατακόρυφο σωλήνα βρίσκεται σε ύψος $h_1=1,35\text{m}$. Να υπολογίσετε:



Α) την ταχύτητα v_2 του νερού στο δεύτερο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 2).

Β) την μεταβολή στην πίεση του νερού, καθώς αυτό μεταβαίνει από το πρώτο στο δεύτερο μέρος του οριζόντιου σωλήνα.

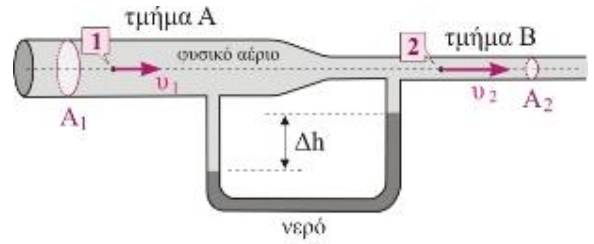
Γ) το ύψος h_2 του νερού στον δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα.

Δ) το ποσοστό μεταβολής στην αρχική παροχή του σωλήνα, προκειμένου να μηδενιστεί το ύψος του νερού στο δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα, ενώ στον πρώτο να παραμείνει σε ύψος $h_1=1,35\text{m}$.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v=10^3\text{kg/m}^3$ και $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

(Απάντηση: 4m/s , $\Delta P=-6\cdot 10^3\text{ N/m}^2$, 75 cm 50%)

12. Στον οριζόντιο σωλήνα Venturi, μεταβλητής διατομής, ρέει φυσικό αέριο. Τα δύο μέρη του σωλήνα έχουν διατομές A_1 και A_2 , αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κάτω από τον οριζόντιο σωλήνα υπάρχει δεύτερος υοειδής λεπτός σωλήνας που περιέχει νερό. Μέσα από τον οριζόντιο σωλήνα μεταφέρονται $0,6\text{kg}$ αερίου το λεπτό. Όταν στο σημείο 1 η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του αερίου είναι 4J/m^3 , η υψομετρική διαφορά του νερού στους δύο κατακόρυφους σωλήνες είναι $\Delta h=0,21\text{cm}$. Να υπολογίσετε:



Α) την ταχύτητα v_1 του φυσικού αερίου στο πρώτο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 1).

Β) την μεταβολή στην πίεση του αερίου, καθώς αυτό μεταβαίνει από το πρώτο στο δεύτερο μέρος του οριζόντιου σωλήνα.

Γ) την ταχύτητα v_2 του φυσικού αερίου στο δεύτερο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 2).

Δ) τις διατομές A_1 και A_2 στα δύο μέρη του οριζόντιου σωλήνα.

Να θεωρήσετε το φυσικό αέριο ιδανικό ρευστό.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v=10^3\text{kg/m}^3$, η πυκνότητα του φυσικού αερίου $\rho_a=0,5\text{kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

13. Ένας οριζόντιος κυκλικός σωλήνας εσωτερικής ακτίνας r_1 εκτοξεύει νερό από ύψος $h=15\text{m}$. Το νερό εξέρχεται του σωλήνα με ταχύτητα v_0 , τη χρονική στιγμή $t=0$ και όταν φτάνει στο έδαφος η επιφάνεια διατομής της φλέβας του έχει ακτίνα r_2 ίση με $\frac{r}{\sqrt{2}}$.

Στο σημείο πτώσης του νερού στο έδαφος είναι τοποθετημένο ένα δοχείο όγκου $V = \pi\sqrt{3}L$, το οποίο γεμίζει τη χρονική στιγμή $t_2 = 2\sqrt{3}\text{s}$. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Να υπολογίσετε:

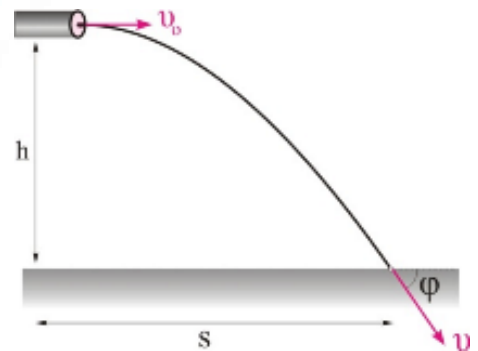
Α) τη χρονική διάρκεια της πτώσης του νερού μέχρι να φθάσει στο έδαφος.

Β) την ταχύτητα v_0 εξόδου του νερού από το σωλήνα.

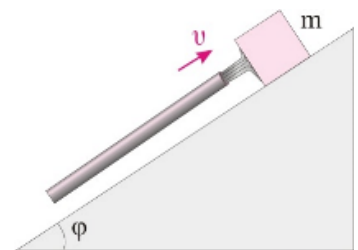
Γ) την οριζόντια απόσταση S του σημείου που χτυπάει το νερό στο έδαφος από την έξοδο του σωλήνα και τη γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο, υπό την οποία προσκρούει το νερό.

Δ) την εσωτερική ακτίνα r_1 του σωλήνα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$



14. Ένας σωλήνας εσωτερικής διατομής $A=10\text{cm}^2$ με τη βοήθεια πιεστικής αντλίας εκτοξεύει νερό με ρυθμό 1L κάθε δευτερόλεπτο, παράλληλα σε πλάγιο δάπεδο, γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ και κατεύθυνση προς τα πάνω. Το νερό προσπίπτει κάθετα στην πλευρική επιφάνεια ενός σώματος μάζας $m=0,5\text{kg}$, που παραμένει ακίνητο πάνω στο πλάγιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή στατικής τριβής μ_s . Το νερό μετά την πρόσκρουσή του στο σώμα πέφτει προς το δάπεδο χωρίς ταχύτητα και απομακρύνεται. Να υπολογίσετε:



Α) την ταχύτητα με την οποία εξέρχεται το νερό από το σωλήνα.

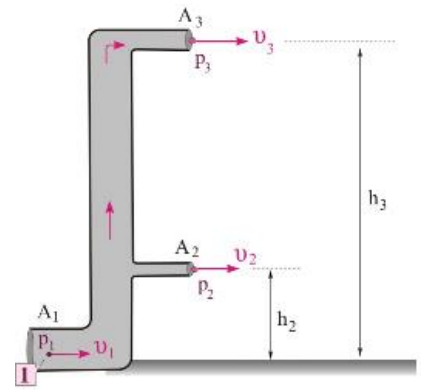
Β) την ισχύ της αντλίας που προωθεί το νερό, αν θεωρήσουμε ότι η δυναμική του ενέργεια δεν μεταβάλλεται.

Γ) τη δύναμη που ασκεί το νερό στο σώμα κατά την πρόσκρουσή του σε αυτό.

Δ) τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής μ_s , ώστε το σώμα να παραμένει ακίνητο.

Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$, $\eta_{30^\circ} = 1/2$, $\sigma_{30^\circ} = \sqrt{3}/2$ και η πυκνότητα του νερού $\rho=1\text{g/cm}^3$.

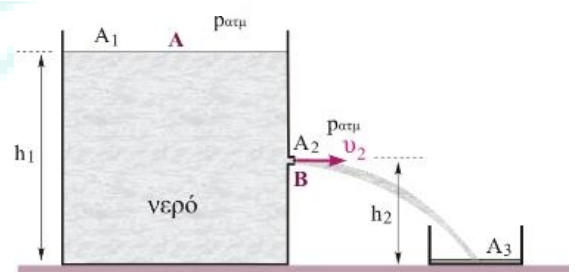
15. Ένας κατακόρυφος σωλήνας σταθερής διατομής $A_1=10\text{cm}^2$, τροφοδοτεί με νερό δύο οριζόντιους σωλήνες διατομής $A_2=3\text{cm}^2$ και $A_3=4\text{cm}^2$, οι οποίοι εκτοξεύουν νερό προς το έδαφος. Οι οριζόντιοι σωλήνες βρίσκονται σε ύψη h_2 και h_3 αντίστοιχα. Το νερό αρχίζει να ανέρχεται στον κατακόρυφο σωλήνα με ταχύτητα $v_1=3\text{m/s}$ και εξέρχεται από τους δύο οριζόντιους σωλήνες με ταχύτητες $v_2=6\text{m/s}$ και v_3 , αντίστοιχα. Οι χρόνοι που βρίσκεται το νερό στο αέρα μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος είναι t_2 και $t_3=2t_2$, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:



- A) την ταχύτητα v_3 με την οποία το νερό εξέρχεται από τον ψηλότερο οριζόντιο σωλήνα.
 B) τα ύψη h_2 και h_3 στα οποία βρίσκονται οι δύο οριζόντιοι σωλήνες.
 Γ) την πίεση του νερού p_1 στη βάση του κατακόρυφου σωλήνα (σημείο 1).
 Δ) ποιο ποσοστό % της συνολικής ποσότητας νερού που τροφοδοτεί ο κατακόρυφος σωλήνας φτάνει στον ψηλότερο οριζόντιο σωλήνα.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό, $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1000\text{kg/m}^3$ και $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

16. Το δοχείο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτό, έχει διατομή με μεγάλη επιφάνεια A_1 και είναι γεμάτο με νερό σε βάθος $h_1=1,75\text{m}$. Στο σημείο B του πλευρικού τοιχώματος, που βρίσκεται σε ύψος $h_2=1,25\text{m}$ από τον πυθμένα, υπάρχει μικρό άνοιγμα εμβαδού διατομής $A_2=\sqrt{10}/2\text{cm}^2$, που είναι κλεισμένο με πώμα. Η διατομή A_2 είναι πολύ μικρότερη από την επιφάνεια του δοχείου, A_1 . Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφαιρούμε το πώμα. Το νερό από το άνοιγμα εξέρχεται με οριζόντια ταχύτητα v_2 και με την πτώση του γεμίζει μικρό άδειο δοχείο όγκου $V=1\text{L}$ που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τον πυθμένα του δοχείου. Να υπολογίσετε:



- A) την ταχύτητα v_2 με την οποία το νερό εξέρχεται στον αέρα.

B) τη χρονική στιγμή που θα γεμίσει το μικρό δοχείο.

Γ) το εμβαδό της διατομής A_3 της φλέβας του νερού στο σημείο που φτάνει στο μικρό δοχείο.

Αν η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο μεγάλο δοχείο έχει επιφάνεια διατομής $A_1=100\text{cm}^2$ και τοποθετήσουμε πάνω της έμβολο μάζας $m=15\text{kg}$

Δ) να υπολογίσετε ξανά τη χρονική στιγμή που θα γεμίσει το μικρό δοχείο, αν επαναλάβουμε την παραπάνω διαδικασία θεωρώντας ότι το μεγάλο δοχείο παραμένει γεμάτο με νερό σε βάθος $h_1=1,75\text{m}$.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3\text{kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

17. Το δοχείο που φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα, είναι ανοικτό, έχει διατομή με μεγάλη επιφάνεια A_1 και είναι γεμάτο με νερό σε βάθος $h_1=1,75\text{m}$. Στο σημείο B του πλευρικού τοιχώματος, που βρίσκεται σε ύψος $h_2=1,25\text{m}$ από τον πυθμένα, υπάρχει μικρό άνοιγμα εμβαδού διατομής $A_2=\sqrt{10}/2\text{cm}^2$, που είναι κλεισμένο με πώμα. Η διατομή A_2 είναι πολύ μικρότερη από την επιφάνεια του δοχείου, A_1 . Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφαιρούμε το πώμα. Το νερό από το άνοιγμα εξέρχεται με οριζόντια ταχύτητα v_2 και με την πτώση του γεμίζει μικρό άδειο δοχείο όγκου $V=1\text{L}$ που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τον πυθμένα του δοχείου. Να υπολογίσετε:

A) την παροχή της βρύσης Π_B , ώστε η στάθμη του νερού να παραμένει σταθερή στο αρχικό ύψος h_1 .

B) την ταχύτητα v_3 με την οποία το νερό προσπίπτει στην πλατιά δεξαμενή.

Γ) τον όγκο του νερού που εισήλθε στη δεξαμενή μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=10,4\text{s}$.

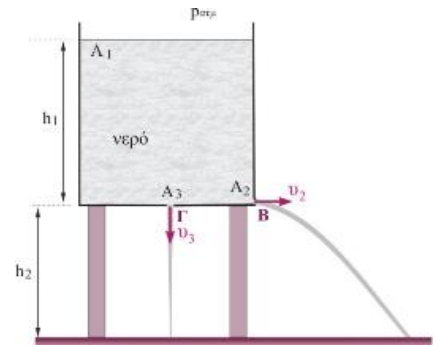
Αφαιρούμε το πώμα και από το άνοιγμα Δ, οπότε το νερό εξέρχεται με οριζόντια ταχύτητα v_3 .

Να υπολογίσετε:

Δ) το ύψος h του νερού στο δοχείο τη χρονική στιγμή που ο ρυθμός με τον οποίο κατεβαίνει η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο είναι $0,02\text{m/s}$.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

- 18.** Η δεξαμενή, που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτή και γεμάτη με νερό σε ύψος $h_1=125\text{cm}$. Στα σημεία Β και Γ του πλευρικού τοιχώματος και του πυθμένα, αντίστοιχα, υπάρχουν μικρά ανοίγματα με επιφάνειες διατομών $A_2=1\text{cm}^2$ και $A_3=2\text{cm}^2$, αντίστοιχα. Τα δύο ανοίγματα βρίσκονται σε ύψος $h_2=120\text{cm}$ από το έδαφος και είναι κλεισμένα με πώματα. Οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια A_1 της δεξαμενής. Τη χρονική στιγμή $t=0$, αφαιρούμε ταυτόχρονα τα δύο πώματα. Το νερό εξέρχεται στον αέρα από τα δύο ανοίγματα με ταχύτητες v_2 και v_3 αντίστοιχα. Η ταχύτητα v_2 είναι οριζόντια. Να υπολογίσετε:



Α) τις ταχύτητες v_2 και v_3 με τις οποίες εξέρχεται το νερό στον αέρα από τα ανοίγματα Β και Γ.

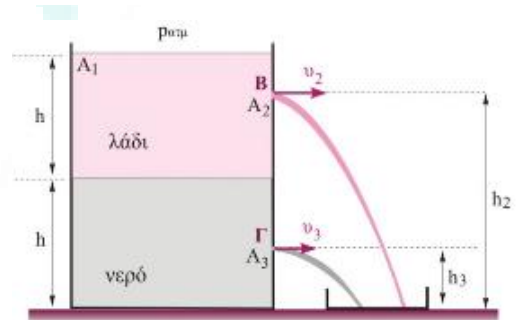
Β) το μέτρο των ταχυτήτων v_2' και v_3' , με τις οποίες το νερό των δύο φλεβών προσκρούει στο έδαφος.

Γ) τις χρονικές στιγμές t_2 και t_3 , που το νερό των δύο φλεβών προσκρούει στο έδαφος.

Δ) τις επιφάνειες των διατομών A_2' και A_3' που έχουν οι φλέβες νερού όταν φτάνουν στο έδαφος.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3\text{kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$.

- 19.** Η δεξαμενή μεγάλης επιφάνειας A_1 , που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, είναι ανοικτή και περιέχει νερό σε σταθερό ύψος $h=50\text{cm}$, ενώ από πάνω από το νερό υπάρχει στρώμα λαδιού ίδιου ύψους h . Σε δύο σημεία των πλευρικών τοιχωμάτων, υπάρχουν μικρά ανοίγματα Β και Γ με διατομές $A_2=2\text{cm}^2$ και $A_3=\sqrt{3}/3\text{cm}^2$, αντίστοιχα. Οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια A_1 της δεξαμενής. Τα δύο ανοίγματα βρίσκονται σε ύψος $h_2=80\text{cm}$, $h_3=20\text{cm}$ από τον πυθμένα του δοχείου, αντίστοιχα, και είναι κλεισμένα με πώματα. Τη χρονική στιγμή $t=0$, ανοίγουμε ταυτόχρονα τα δύο ανοίγματα, οπότε το λάδι και το νερό εξέρχονται στον αέρα με οριζόντιες ταχύτητες v_2 και v_3 , αντίστοιχα. Οι σχηματιζόμενες φλέβες νερού και λαδιού, αφού κάνουν οριζόντιες βολές, καταλήγουν μέσα σε μικρό άδειο δοχείο, όγκου $V=10\text{L}$, που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τον πυθμένα της δεξαμενής. Να υπολογίσετε:



Α) τις ταχύτητες v_2 και v_3 , με τις οποίες το λάδι και το νερό εξέρχονται στον αέρα από τα ανοίγματα Β και Γ, αντίστοιχα, τη χρονική στιγμή $t=0$.

Β) τις χρονικές στιγμές t_2 και t_3 που οι δύο φλέβες από το λάδι και το νερό, αντίστοιχα, προσπίπτουν στο δοχείο.

Γ) τη χρονική στιγμή t που θα γεμίσει το δοχείο.

Δ) το ποσοστό του συνολικού υγρού στο μικρό δοχείο που καταλαμβάνει το λάδι, κατά τη χρονική στιγμή t , που το δοχείο γεμίζει.

Να θεωρήσετε το νερό και το λάδι ιδανικά ρευστά. Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v=10^3\text{ kg/m}^3$, η πυκνότητα του λαδιού $\rho_l=0,9\cdot 10^3\text{kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$

ΑΣΚΗΣΗ ΜΕ ΑΝΤΛΙΑ

- 20.** Μια αντλία νερού, βρίσκεται στον πυθμένα ενός πηγαδιού που έχει βάθος $h=5\text{m}$. Η διατομή του σωλήνα είναι σταθερή και ίση με $A=10\text{cm}^2$. Το νερό, εξέρχεται από την άκρη Γ του σωλήνα με ταχύτητα $v_\Gamma=10\text{m/s}$. Να βρεθούν:

Α. η ταχύτητα του νερού μόλις αυτό εξέρχεται από την αντλία (θέση Β)

Β. Η διαφορά πίεσης μεταξύ των Β και Γ.

Γ. ο ρυθμός παραγωγής έργου λόγω της διαφοράς πίεσης μεταξύ των Β και Γ.

Δ. ο ρυθμός παραγωγής έργου (ισχύς) της αντλίας.

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό. Δίνονται: $\rho_v=1000\text{kg/m}^3$, $g=10\text{m/s}^2$.

