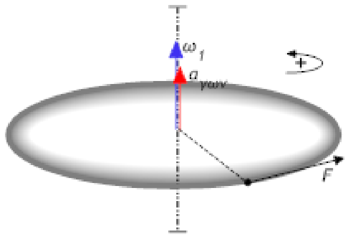
ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ & 2ος Νόμος του Newton στη ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Γ΄- Δ΄ ΘΕΜΑ

1. Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος ακτίνας R=0,1m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και τη χρονική στιγμή t=0 δέχεται εφαπτομενικά στην περιφέρειά του αριστερόστροφη δύναμη μέτρου F_1=10N και η οποία του προσδίδει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου α_γ= 2 r/s^2.



Α. Να υπολογίσετε:

α) Τη ροπή αδράνειας I_{cm} του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β) Τη μάζα M του δίσκου.

γ) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1=5s.

Β. Τη χρονική στιγμή t_1 καταργούμε ακαριαία τη δύναμη F_1.

δ) Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που θα κάνει ο δίσκος από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2=15s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm}=\frac{1}{2}ML^2$.

(**Απάντηση:** α) I(κ)=0,05 kg·m^2 β)M=10 kg γ) ω= 100 r/s δ) N = 500/π στροφές)

2. Μια ομογενής λεπτή δοκός ΚΑ, μάζας M=10 kg και μήκους L=2m, μπορεί να στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Κ. Στο άκρο Α της δοκού ασκείται οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F=10N κάθετα στη δοκό και η δοκός αρχίζει να περιστρέφεται αριστερόστροφα. Κατά την περιστροφή της δοκού υπάρχουν τριβές, που δημιουργούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής μέτρου τ_T=4Nm. Να υπολογίσετε:

α) Το μέτρο της συνισταμένης των ροπών, ως προς τον άξονα περιστροφής, κατά τη διάρκεια της περιστροφής της δοκού.

β) Τη ροπή αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής της.

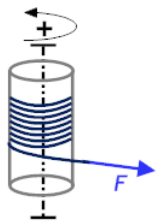
γ) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $\alpha_{\gamma\omega\nu}$.

δ) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κέντρου μάζας της, όταν η δοκός έχει διαγράψει N=8/π περιστροφές.

Η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς άξονα κάθετο στη δοκό, που διέρχεται από το κέντρο μάζας $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$.

(**Απάντηση:** α)Στ(κ)= 16 Nm β) I(κ)=8 kg·m^2 γ) α_γ= 2 r/s^2 Δθ=40 rad δ) u(κ) = 8 m/s)

3. Ομογενής συμπαγής κύλινδρος ακτίνας R= 0,05 m, μπορεί να στρέφεται (τριβές αμελητέες) γύρω από κατακόρυφο άξονα, που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του. Στην περιφέρειά του έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Τη χρονική στιγμή t=0, αρχίζουμε να σύρουμε το άκρο του νήματος, ασκώντας εφαπτομενική δύναμη μέτρου F=1N. Τη χρονική στιγμή t=4s, ο κύλινδρος περιστρέφεται αριστερόστροφα και έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω=20rad/s. Να υπολογίσετε:



α) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

β) Τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας κυλίνδρου.

γ) Το μέτρο της γωνιακής μετατόπισης του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=4s.

δ) Το μήκος του νήματος, που ξετυλίχθηκε μέχρι τη χρονική στιγμή t=4s, θεωρώντας ότι αυτό δεν ολισθαίνει πάνω στην επιφάνεια του κυλίνδρου.

(**Απάντηση:** α) α_γ= 5 r/s^2 β) I=10^{-2} kg·m^2 γ) Δθ=40 rad δ) s = 2 m)

4. Ο τροχός ενός αναποδογυρισμένου ποδηλάτου, αποτελείται από ομογενή στεφάνη αμελητέου πάχους, με μάζα $M=1$ kg και ακτίνα $R=0,5$ m, και τις ακτίνες του, μάζας $m=0,02$ kg η καθεμία και μήκους $L=R=0,5$m. Ο τροχός στρέφεται αρχικά γύρω από τον άξονά του, στο κέντρο του, έχοντας γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_o=100$r/s. Τη χρονική στιγμή $t=0$, "πατάμε" το φρένο, οπότε ο τροχός ακινητοποιείται με σταθερό ρυθμό σε $t_1=2$s. Να υπολογίσετε:

α) τη ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό της, που διέρχεται από το κέντρο μάζας της.

β) τον αριθμό των ακτίνων του τροχού.

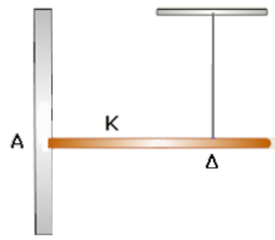
γ) τον αριθμό των στροφών, που έκανε ο τροχός μέχρι να ακινητοποιηθεί.

δ) το μέτρο της δύναμης της τριβής, που εφαρμόστηκε από το φρένο στη στεφάνη.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της κάθε ακτίνας ως προς κάθετο σ' αυτήν άξονα διερχόμενο απ' το άκρο της: $I_\alpha=\frac{1}{3}ML^2$, η ροπή αδράνειας ολόκληρου του τροχού ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του, που διέρχεται από τον άξονά του είναι $I_{\tau\rho}=0,3$kgm^2.

(**Απάντηση:** α) $I=0,25$kg·m^2 β) N =30 ακτίνες γ) N=50/π στροφές δ) T = 30 N)

5. * Μια ομογενής ράβδος, μάζας $M=3$kg και μήκους $L=2$m, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, στηριζόμενη με το αριστερό άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και δεμένη στο σημείο Δ στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος, του οποίου το πάνω άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Αν η τάση του νήματος είναι $T=20$N, να υπολογίσετε:



α) την απόσταση του σημείου Δ, από το άκρο Α.

β) τη δύναμη στήριξης από την άρθρωση.

Τη χρονική στιγμή $t=0$ κόβουμε το νήμα, οπότε η ράβδος πέφτει στρεφόμενη γύρω από την άρθρωση. Αν η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο σ' αυτήν άξονα διερχόμενο απ' το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη στιγμή:

γ) της εκκίνησης.

δ) την οποία η ράβδος σχηματίζει με την αρχική θέση γωνία φ, τέτοια ώστε συνφ=0,8.

Δίνεται η $g=10$m/s^2.

(**Απάντηση:** α) x = 1,5 mβ) F =10 N γ) $\alpha_\gamma=7,5$ r/s^2 δ) $a_\gamma=6$r/s^2)

6. * Ομογενής λεπτή ράβδος μήκους $L=1,5$m και μάζας $M=4$ kg μπορεί να στραφεί χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, κάθετο σε αυτήν στο άκρο της Ο. Ένα σωματίδιο, μάζας $m=2$ kg, είναι στερεωμένο στο άλλο άκρο της Α. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνεται ελεύθερη, οπότε περιστρέφεται ως προς τον άξονα στο Ο σε κατακόρυφο επίπεδο.

Α. Να υπολογίσετε:

α) την ολική ροπή αδράνειας του συστήματος.

β) το μέτρο της συνισταμένης των ροπών, ως προς τον άξονα στο Ο τη χρονική στιγμή t_1, που η ράβδος έχει διαγράψει γωνία φ, τέτοια ώστε συνφ=0,5.

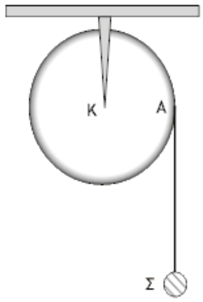
γ) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_1.

Β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της γωνιακής επιτάχυνσης σε συνάρτηση του συνημιτόνου της γωνίας φ, που σχηματίζει η ράβδος με τον οριζόντιο ημιάξονα Οχ, κατά την περιστροφή της από την αρχική οριζόντια θέση έως την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στην ράβδο, που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$ και η $g=10$m/s^2.

(**Απάντηση:** Α. α) $I=7,25$kg·m^2 β) Στ(ο) =30 N·m γ) $\alpha_\gamma=4$ r/s^2 Β. $\alpha_\gamma=8$συνφ (S.I.) γραμμική)

7. Μια ομογενής τροχαλία – δίσκος, μάζας Μ και ακτίνας R=0,25m, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της χωρίς τριβές. Στο αυλάκι της τροχαλίας έχει τυλιχθεί αβαρές μη εκτατό νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχει δεθεί σώμα Σ μάζας m=1kg. Αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί, οπότε διαπιστώνουμε ότι μετά από χρόνο t_1=0,5s έχει ξετυλιχθεί σχοινί μήκους L=0,25m. Να υπολογίσετε:

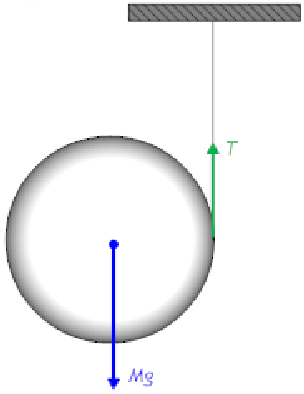


α) το μέτρο της επιτάχυνσης α του σώματος.
β) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ της τροχαλίας.
γ) τη ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας της και τη μάζα Μ της τροχαλίας.
δ) το μέτρο της δύναμης F, που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της: $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και η $g=10m/s^2$.

(**Απάντηση:** α) $\alpha_{cm}=2\ m/s^2$ β) $\alpha_\gamma=8\ r/s^2$ γ) T=8 N , $I=0{,}25kg\cdot m^2$, M=8kg δ) F =88 N)

8. Στο κυρτό μέρος της περιφέρειας ενός ομογενούς κυλίνδρου μικρού πάχους, έχει τυλιχτεί πολλές φορές ένα αβαρές, μη εκτατό νήμα. Σταθεροποιούμε το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει κατακόρυφα. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση: μετατοπίζεται κατακόρυφα προς τα κάτω και περιστρέφεται γύρω από ένα νοητό οριζόντιο άξονα x'x, που περνά από το κέντρο του. Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου το νήμα παραμένει κατακόρυφο.



α) Να αποδείξετε ότι η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου α_{cm} και η γωνιακή επιτάχυνσή του $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ συνδέονται με τη σχέση: $\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}R$.

Να υπολογίσετε:

β) τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου καθώς και την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του.
γ) την τάση Τ του νήματος.
δ) το μήκος του νήματος, που έχει ξετυλιχτεί όταν ο κύλινδρος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ω_1=75rad/s.

Δίνονται: η μάζα του κυλίνδρου Μ=0,09kg, η ακτίνα του $R=\frac{8}{3}10^{-2}m$, η ροπή αδράνειάς του ως προς το κέντρο μάζας του $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και η $g=10m/s^2$.

(**Απάντηση:** β) $\alpha_\gamma=250\ r/s^2$ & $\alpha_{cm}=20/3\ m/s^2$ γ) Τ=0,3 Ν δ) ℓ=0,3 m)

9. Μια μπάλα, μάζας m και ακτίνας R, αφήνεται από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης φ, οπότε κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις, που ασκούνται στη μπάλα και να αιτιολογήσετε το σχεδιασμό της στατικής τριβής.

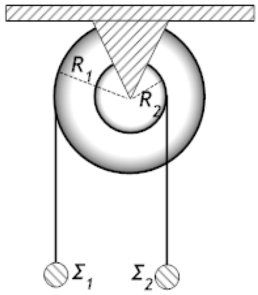
Να υπολογίσετε:

β) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της μπάλας.
γ) το μέτρο της στατικής τριβής, αν η μάζα της μπάλας είναι m=0,5kg.
δ) τις επιτρεπτές τιμές του συντελεστή στατικής τριβής μ_σ για τις οποίες η μπάλα μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δίνονται ότι ημφ=0,5, συνφ=0,866 και η $g=10m/s^2$, η μπάλα θεωρείται κοίλη σφαίρα με ροπή αδράνειας ως προς άξονα διερχόμενο από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\frac{2}{3}mR^2$

(**Απάντηση:** β) $\alpha_{cm}=3\ m/s^2$ γ) T=1 N δ) $\mu_\sigma > 0{,}23$)

10. Η διπλή τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δύο ενωμένους ομόκεντρους δίσκους, που μπορούν να περιστρέφονται ενιαία γύρω από οριζόντιο άξονα περιστροφής, που διέρχεται από το κέντρο τους. Η ακτίνα του εξωτερικού δίσκου είναι R_1=0,2m και του εσωτερικού R_2=0,1m. Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι I=0,6kgm^2. Στα αυλάκια, που φέρουν οι δύο δίσκοι είναι τυλιγμένα δύο λεπτά αβαρή μεγάλου μήκους και μη εκτατά νήματα, στα κάτω άκρα των οποίων είναι δεμένα δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, με μάζες m_1=40kg και m_2=30kg αντίστοιχα. Τα σώματα συγκρατούνται αρχικά στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή t=0, αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο, οπότε αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τα νήματα να ολισθαίνουν στα αυλάκια των δίσκων.



α) Να βρείτε αν το σύστημα θα περιστραφεί δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα.

β) Να υπολογίσετε:

1) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

2) το μέτρο της δύναμης στήριξης F της τροχαλίας από τον άξονα, αν η μάζα της τροχαλίας είναι M=45kg.

3) την κατακόρυφη απόσταση των σωμάτων, σε χρόνο t=2s.

Δίνεται g=10m/s^2.

(**Απάντηση:** $β_1$) $α_γ$=20 r/s^2 $β_2$) F=1050 N $β_3$) 8+4=12m)

11. * Ομογενής κύλινδρος μάζας m=2kg και ακτίνα R=0,2m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και χωρίς παραμόρφωση σε οριζόντιο δάπεδο (Α) με ταχύτητα μέτρου $υ_ο$=2m/s. Τη χρονική στιγμή $t_ο$=0 ο κύλινδρος δέχεται οριζόντια δύναμη μέτρου F=6N, που ασκείται στο κέντρο μάζας του. Ο κύλινδρος συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και μετά την άσκηση της δύναμης F.

α) Να σχεδιάσετε τη στατική τριβή που δέχεται ο κύλινδρος από το δάπεδο, σε κατάλληλο σχήμα και να δικαιολογήσετε τη φορά της.

β) Να υπολογίσετε το μέτρο:

β1) της στατικής τριβής.

β2) της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας καθώς και της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

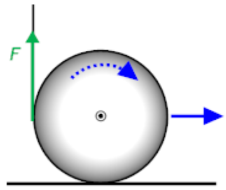
β3) της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t_1=4s.

γ) Στη συνέχεια τη χρονική στιγμή t_1=4s, ο κύλινδρος εισέρχεται σε λείο δάπεδο (Β), το οποίο είναι συνέχεια του προηγούμενου. Τη χρονική στιγμή t_2=10s, να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου του κυλίνδρου, που είναι εκείνη τη στιγμή σ' επαφή με το λείο δάπεδο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς τον άξονα συμμετρίας του: $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$.

(**Απάντηση:** $β_1$) $T_σ$=2N $β_2$) $α_{cm}$=2m/s^2 $α_γ$=10 r/s^2 $β_3$) 50r/s γ) u=18m/s)

12. Ένας ομογενής δίσκος, μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,3m, που βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο, φέρει στην περιφέρειά του αυλάκι, στο οποίο έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Τη χρονική στιγμή $t_ο$=0 ασκούμε στο δίσκο μέσω του νήματος σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου F=9N. Καθώς ξετυλίγεται το νήμα χωρίς να ολισθαίνει στο αυλάκι του δίσκου, ο δίσκος κυλίεται επίσης χωρίς να ολισθαίνει και χωρίς παραμόρφωση, πάνω σε οριζόντιο δάπεδο.



α) Να σχεδιάσετε τη στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος από το δάπεδο, σε κατάλληλο σχήμα και να δικαιολογήσετε τη φορά της.

β) Να υπολογίσετε:

β1) το μέτρο της στατικής τριβής, που δέχεται ο δίσκος.

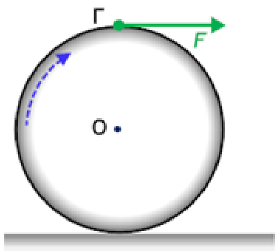
β2) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας καθώς και το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου.

β3) το μήκος του νήματος, που έχει ξετυλιχτεί από τη στιγμή t=0, μέχρι τη στιγμή t_1, κατά την οποία το ανώτερο σημείο του δίσκου έχει αποκτήσει ταχύτητα $υ_Α$=12m/s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του: $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$.

(**Απάντηση:** $β_1$) $T_σ$=6N $β_2$) $α_γ$=10 r/s^2 $β_3$) 6m)

13. Γύρω από ένα ομογενή δίσκο, ακτίνας R, μάζας m=2kg και ροπής αδράνειας $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$, είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, μέσω του οποίου, τη χρονική στιγμή t=0, ασκούμε στο ανώτερο σημείο Γ οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F=6N. Ο τροχός κυλίεται χωρίς παραμόρφωση σε οριζόντιο δάπεδο, που έχει τέτοια τιμή συντελεστή στατικής τριβής μ_σ, ώστε οριακά να αποφεύγεται η ολίσθηση. Να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας O.

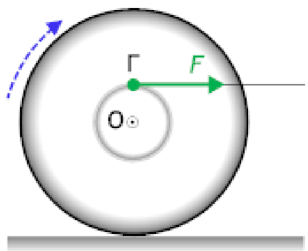
β) το μέτρο της επιτάχυνσης του ανώτερου σημείου Γ.

γ) τη δύναμη της στατικής τριβής, που δέχεται ο δίσκος από το δάπεδο.

δ) το συντελεστή στατικής τριβής.

(**Απάντηση:** α) $4m/s^2$ β) $\alpha_\Gamma=8\ m/s^2$ γ) $T_\sigma=2N$ δ)μ= 0,1)

14. Ένας κύλινδρος ακτίνας R έχει μάζα M=4kg. Στο εσωτερικό του υπάρχει μία κυλινδρική εγκοπή, ακτίνας r=R/3 πολύ μικρού πάχους, στην οποία έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Τη χρονική στιγμή t=0, στο άκρο του νήματος και πάνω από το κέντρο μάζας, ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη F=9N, όπως φαίνεται στο σχήμα. Έτσι ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Θεωρήστε τον κύλινδρο με ροπή αδράνειας ως προς τον άξονά του $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$. Να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της επιτάχυνσης α_{cm} του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

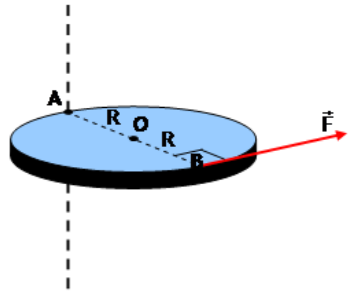
β) το μέτρο της στατικής τριβής, που δέχεται ο κύλινδρος από το οριζόντιο επίπεδο και να την σχεδιάσετε σε κατάλληλο σχήμα.

γ) το μέτρο της οριζόντιας επιτάχυνσης του σημείου επαφής Γ νήματος - κυλίνδρου.

δ) το μήκος του νήματος, που ξετυλίχτηκε, έως τη χρονική στιγμή t_1=3s.

(**Απάντηση:** α)$2m/s^2$ β) $T_\sigma=1N$ γ) $\alpha_\Gamma=8/3\ m/s^2$ δ) 3m)

15. **(Εύκολη)** Ένας ομογενής και ισοπαχής δίσκος μάζας M=2kg και ακτίνας R=0,1m μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, ο οποίος είναι κάθετος στο επίπεδό του και περνά από ένα σημείο A της περιφέρειάς του. Στο αντιδιαμετρικό σημείο B ασκείται μια δύναμη σταθερού μέτρου F=3N, η οποία είναι συνεχώς εφαπτόμενη στο δίσκο και η διεύθυνσή της είναι επάνω στο επίπεδο που ορίζει ο δίσκος.



α) Να βρείτε το μέτρο της ροπής που προκαλεί η δύναμη και να σχεδιάσετε το διάνυσμά της.

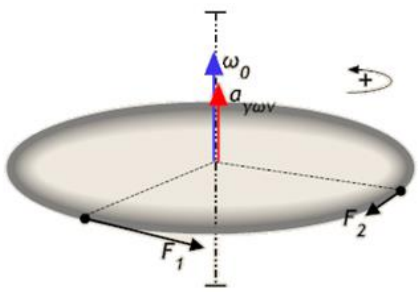
β) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής.

γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης α_γ με την οποία στρέφεται ο δίσκος και να σχεδιάσετε το διάνυσμά της.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας ομογενούς δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, είναι $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$.

(**Απάντηση:** α) 0,6 N·m β) $0,03kg{\cdot}m^2$ γ) $20r/s^2$)

16. Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,1m περιστρέφεται αριστερόστροφα (δηλαδή με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού) χωρίς τριβές με γωνιακή συχνότητα ω_o=20rad/s, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του.



Από τη χρονική στιγμή t=0 και μετά ο δίσκος δέχεται εφαπτομενικά στην περιφέρειά του δύο σταθερές κατά μέτρο δυνάμεις F_1 αριστερόστροφα και F_2 δεξιόστροφα, που τα μέτρα τους ικανοποιούν τη σχέση $F_1=5F_2$ και οι οποίες προσδίδουν στο δίσκο γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}=40rad/s^2$. Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$. Να υπολογίσετε:

α) τα μέτρα των δύο δυνάμεων.

β) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας τη χρονική στιγμή t_1=2s.

Τη χρονική στιγμή t_1 καταργούμε ακαριαία τη δύναμη F_1, οπότε ο δίσκος σταματά τη χρονική στιγμή t_2.

γ) Να υπολογίσετε τη νέα γωνιακή επιτάχυνση.

δ) Να σχεδιάστε τη γραφική παράσταση γωνιακής ταχύτητας ω – χρόνου t σε βαθμολογημένους άξονες, από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη χρονική στιγμή t_2.

(**Απάντηση:** α)F_1 = 5 N F_2 = 1 N β) 100r/s γ) -10r/s^2 δ) t_2 =12s)

17. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ, μάζας Μ=0,6kg και μήκους L=0,5m, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από έναν οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α.

α) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς της ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο, που διέρχεται από το άκρο Α.

Από την οριζόντια θέση αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο, να περιστραφεί γύρω απ' το άκρο Α.

β) Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνσή της $α_{γων.0}$ τη στιγμή που την αφήνουμε ελεύθερη.

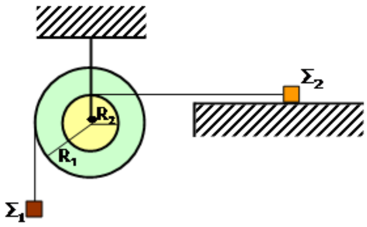
γ) Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνσή της στη θέση όπου αυτή έχει στραφεί κατά γωνία φ, τέτοια ώστε συνφ=0,5.

δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Κ, που είναι το κέντρο μάζας cm της ράβδου, στη θέση όπου αυτή έχει στραφεί κατά γωνία φ, τέτοια ώστε συνφ=0,5.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στην ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$ και η g=10m/s^2.

(**Απάντηση:** α) I=0,05kg·m^2 β) 30r/s^2 γ) 15r/s^2 δ) 3,75 m/s^2)

18. Ένα σύστημα διπλής τροχαλίας αποτελείται από δύο ομογενείς λεπτούς δίσκους Α και Β με ακτίνες R_1=0,2m και R_2=0,1m αντίστοιχα. Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα, που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο άξονας αυτός, αποτελεί μέρος άρθρωσης, με την οποία το σύστημα είναι στερεωμένο ακλόνητα στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα. Γύρω από τους δίσκους είναι τυλιγμένα αβαρή νήματα, τα οποία δεν ολισθαίνουν πάνω στους δίσκους. Στις ελεύθερες άκρες των νημάτων των τροχαλιών Α και Β έχουν δεθεί σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ με μάζες m_1=2kg και m_2=1kg αντίστοιχα. Το σώμα $Σ_2$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0 το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.



α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη διπλή τροχαλία και στα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$.

β) Να γράψετε και να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο στροφικής κίνησης για την τροχαλία και το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση των σωμάτων $Σ_1$, $Σ_2$. (Δε ζητείται αριθμητική αντικατάσταση)

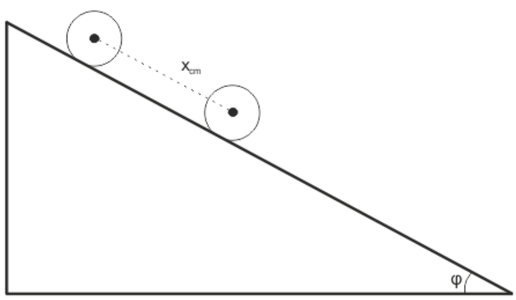
γ) Να βρείτε τις σχέσεις που συνδέουν τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας με τις μεταφορικές επιταχύνσεις των σωμάτων $Σ_1$, $Σ_2$.

δ) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $α_γ$ της διπλής τροχαλίας και να δείξετε την κατεύθυνσή της στο σχήμα.

Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι I=0,01kgm^2. Δίνεται: g=10m/s^2.

(**Απάντηση:** δ) 3,75 m/s^2)

19. Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας Μ=2kg και ακτίνας R=0,2m αφήνεται να κυλίσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης φ, με ημφ=0,6, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, να γράψετε και να εφαρμόσετε το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση και το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη Στροφική Κίνηση του κυλίνδρου. (Δε ζητείται αριθμητική αντικατάσταση)

β) Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου καθώς αυτός κυλίεται.

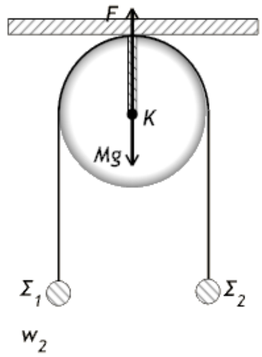
γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο από το πλάγιο επίπεδο.

δ) Να βρείτε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου όταν το κέντρο μάζας του μετατοπιστεί 8m από το σημείο που αυτός αφέθηκε ελεύθερος.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{cm}=\frac{1}{2}ML^2$ και η $g=10m/s^2$.

(**Απάντηση:** β) $4m/s^2$ γ) 4N δ) 40 r/s)

20. Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, με μάζες $m_1=3kg$ και $m_2=1kg$ αντίστοιχα, συνδέονται με αβαρές μη εκτατό νήμα, που είναι τυλιγμένο σε ομογενή δίσκο τροχαλίας, ακτίνας R=0,25m και μάζας M=2kg. Τα σώματα συγκρατούνται αρχικά στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0, αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο, οπότε αρχίζει περιστρέφεται χωρίς το νήμα να ολισθαίνει στην τροχαλία.



α) Να βρείτε αν το σύστημα θα περιστραφεί δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα.

β) Να υπολογίσετε τα μέτρα της επιτάχυνσης των σωμάτων.

γ) Να υπολογίσετε τα μέτρα των τάσεων, που ασκεί το νήμα στα δύο σώματα.

δ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης στήριξης της τροχαλίας από τον άξονα.

ε) Να υπολογίσετε το μήκος του νήματος, που ξετυλίγεται απ' την τροχαλία, σε χρόνο t=2s.

Δίνονται $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της: $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$.

(**Απάντηση:** β) $4m/s^2$ γ) $T_1=18N$ $T_2=14N$ δ) F = 52 N ε) 8m)

21. Σφαίρα ακτίνας R και μάζας m εκτοξεύεται προς τα πάνω από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $φ=30^o$, με αρχική ταχύτητα $υ_o=10m/s$ και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε:

α) Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας.

β) Το μέτρο της στατικής τριβής, αν η μάζα της σφαίρας είναι m=1,4kg.

γ) τη χρονική διάρκεια και τη μετατόπιση της σφαίρας μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

δ) για ποιες τιμές του συντελεστή στατικής τριβής, η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δίνονται για τη σφαίρα: $I_{cm}=\frac{2}{5}mR^2$ η $g=10m/s^2$ και $συν30^o=\sqrt{3}/2$

(**Απάντηση:** α) $25/7\ m/s^2$ β) T = 2N γ) 14m δ) $μ=2\cdot\sqrt{3}/21$)