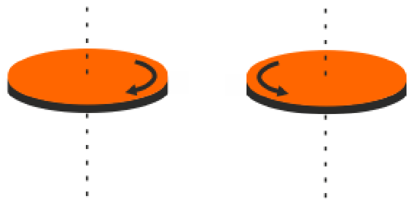
ΣΤΟΦΟΡΜΗ – ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

Γ΄-Δ΄ ΘΕΜΑ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

1. Ο ομογενής και ισοπαχής δίσκος του σχήματος έχει ακτίνα R=1m, μάζα M=2kg και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο σταθερό άξονα, που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, δίνεται από τον τύπο: $I_{cm}=\frac{1}{2}ML^2$.



Αρχικά, ο δίσκος περιστρέφεται όπως φαίνεται στο πρώτο σχήμα, με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1=2rad/s. Με την άσκηση κατάλληλης σταθερής ροπής $\vec{\tau}$, επιτυγχάνεται η αναστροφή της φοράς περιστροφής του δίσκου. Μετά από χρονικό διάστημα Δt=10s η νέα γωνιακή ταχύτητα περιστροφής έχει ίσο μέτρο με την αρχική.

α) να σχεδιάσετε τα διανύσματα $\vec{L}_{\alpha\rho\chi}$ και $\vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda}$ της αρχικής και τελικής στροφορμής του δίσκου στα παρακάτω σχήματα και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

β) να σχεδιάσετε στο δεύτερο σχήμα το διάνυσμα $\Delta\vec{L}$ της μεταβολής της στροφορμής και να υπολογίσετε το μέτρο της.

γ) να σχεδιάσετε στο πρώτο σχήμα το διάνυσμα $\vec{\tau}$ της σταθερής ροπής που ασκήθηκε στο δίσκο και να υπολογίσετε το μέτρο της.

(**Απάντηση:** β) 4 kgm^2/s γ) 0,4 N·m)

2. Ένας ακίνητος οριζόντιος τροχός μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα. Ο τροχός έχει ροπή αδράνειας I=5kg·m^2 και τη χρονική στιγμή t=0 δέχεται τη δράση σταθερής ροπής 100 Nm για χρονικό διάστημα Δt=10s, η οποία μετά καταργείται. Να βρείτε:

α) τη γωνιακή επιτάχυνση που απέκτησε ο τροχός.

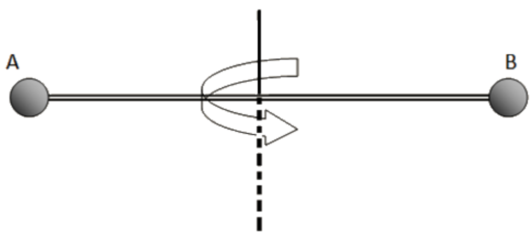
β) τη στροφορμή του τροχού τη στιγμή t=10s.

γ) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής για το χρονικό διάστημα 0<t<15s.

δ) τη γωνιακή ταχύτητα του τροχού τη χρονική στιγμή t=15s.

(**Απάντηση:** α) α_γ= 20 r/s^2 β) L=1000 kg·m /s^2 γ) dL/dt=100 Nm & 0 δ) ω= 200 r/s)

3. Μια οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους ℓ=1m, μάζας M=5kg που έχει στα άκρα της στερεωμένες δύο σημειακές μάζες $m_1=m_2$=m=1kg μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της. Το σύστημα ενώ στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού με γωνιακή ταχύτητα ω=16rad/s δέχεται τη χρονική στιγμή t_o=0 την επίδραση σταθερής εξωτερικής ροπής που το σταματά μετά από 2s. Να βρείτε:



α) τη ροπή αδράνειας του συστήματος.

β) την αρχική στροφορμή του συστήματος τη χρονική στιγμή t_o=0.

γ) το μέτρο της εξωτερικής ροπής που ασκήθηκε στο σύστημα και να σχεδιάσετε το διάνυσμά της.

δ) τον αριθμό περιστροφών του συστήματος μέχρι να μηδενιστεί η στροφορμή του.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτή και διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$.

(**Απάντηση:** α) Ι(κ)= 11/12 kg·m^2 β) L=44/3 kg·m /s^2 γ) Στ(κ)= -22/3 Nm δ) N=8/π στρ.)

4. Μία ομογενής ράβδος μήκους ℓ=1m και μάζας M=1kg ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Κ. Ένα σφαιρίδιο μάζας m=0,1kg που εκτελεί τμήμα κυκλικής τροχιάς, ακτίνας r= ℓ/2,με κέντρο το σημείο Κ και κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο προσπίπτει οριζόντια με ταχύτητα υ=10m/s, κάθετα στη ράβδο, στο ένα άκρο της και ενώνεται μ' αυτήν. Η κρούση γίνεται τη χρονική στιγμή t=0. Να βρείτε:

α) τη στροφορμή του σφαιριδίου ελάχιστα πριν συγκρουστεί με τη ράβδο.

β) την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδου - σφαιριδίου αμέσως μετά την κρούση.

γ) το κλάσμα της κινητικής ενέργειας που χάνει το σφαιρίδιο κατά την κρούση.

δ) πόση σταθερή ροπή αντίστασης (κατά μέτρο) πρέπει να ασκηθεί στο σύστημα ράβδου - σφαιριδίου σώματος ώστε αυτό να σταματήσει να περιστρέφεται μετά από χρονικό διάστημα t=2s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από cm, $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$.

(**Απάντηση:** α) L_1 =0,5 kg·m²/s β) ω= 60/13 r/s γ) κλασμα=160/169 δ) Στ(κ)= 0,25 Nm)

5. Η κυκλική περιστρεφόμενη πλατφόρμα της παιδικής χαράς της γειτονιάς μας έχει ακτίνα R=1,5m, μάζα M=40kg και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο της. Στο κέντρο της πλατφόρμας βρίσκεται ένα κορίτσι μάζας m=30kg και το σύστημα πλατφόρμα – κορίτσι περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_o=2,5rad/s. Κάποια στιγμή το κορίτσι αρχίζει να περπατά προς την περιφέρεια της πλατφόρμας. Να βρείτε:

α) τη ροπή αδράνειας του συστήματος πλατφόρμα-κορίτσι όταν το κορίτσι βρίσκεται στην περιφέρεια της πλατφόρμας.

β) τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος, όταν το κορίτσι φτάσει στην περιφέρεια της πλατφόρμας.

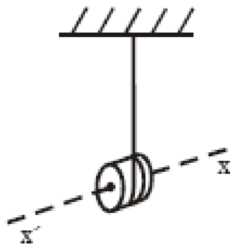
γ) την κεντρομόλο δύναμη που δέχεται το κορίτσι όταν φτάσει στην περιφέρεια της πλατφόρμας.

δ) την ελάχιστη τιμή που πρέπει να έχει ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και παπουτσιών για να μπορεί το κορίτσι να περιστρέφεται χωρίς να κρατιέται όταν βρίσκεται στην περιφέρεια της πλατφόρμας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το μέσον της, $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$. Για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας το κορίτσι να θεωρηθεί υλικό σημείο.

(**Απάντηση:** α) $L_{ολ.}$ =112,5 kg·m² β) ω= 1 r/s γ) $F_κ$=45N δ) $\mu_{στ}$ =0,15)

6. Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα m=0,12kg και ακτίνα R=$1,5\cdot10^{-2}$m. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα. Τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα x'x, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους ℓ=20R, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι u_{cm}= 2 m/s .



α) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του με εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα για τη στροφική κίνηση.

β) Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

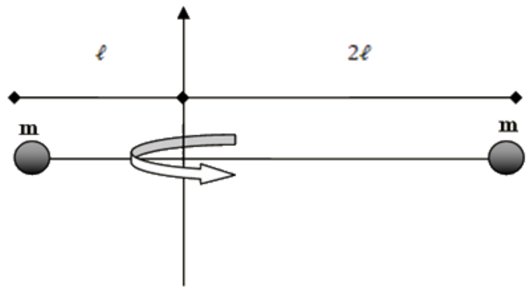
γ) Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι u=2m/s, κόβουμε το νήμα. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου Δt=0,8s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

δ) Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο Δt=0,8s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα .

Δίνεται g=10m/s².

(**Απάντηση:** α) I(x΄x)=$13,5\cdot10^{-6}$ kg·m² β) dL/dt=$6\cdot10^{-3}$ kg·m² /s² γ) L_1 =$18\cdot10^{-4}$ kg·m²/s)

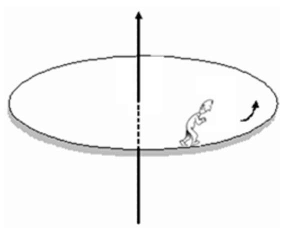
7. Δύο σημειακές σφαίρες που η καθεμιά έχει μάζα m=0,1kg συνδέονται μεταξύ τους με οριζόντια αβαρή ράβδο. Το σύστημα περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος τέμνει τη ράβδο σε σημείο που απέχει από τη μία μάζα ℓ=1m και από την άλλη ℓ'=2 ℓ=2m. Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω=10rad/s αντίθετα από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού.



α) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος.
β) Να υπολογιστεί η στροφορμή του συστήματος.
γ) Να σχεδιαστεί το διάνυσμα της στροφορμής του συστήματος.
δ) Αντικαθιστούμε τη ράβδο με ομογενή και ισοπαχή μάζας M=0,5 kg.
i) ποια η νέα ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος-m_1- m_2.
ii) πόση σταθερή ροπή αντίστασης (κατά μέτρο) πρέπει να ασκηθεί στο σύστημα ράβδου - σφαιριδίου σώματος ώστε αυτό να σταματήσει να περιστρέφεται μετά από χρονικό διάστημα t = 0,5 sec. Δίνεται για τη ράβδο I_{cm}= (1/12) ML^2

(**Απάντηση:** α) I(κ)=0,5 kg·m^2 β) L_1 =5 kg·m^2/s)

8. Ένας άνθρωπος μάζας m=60kg στέκεται ακίνητος στην περιφέρεια ακίνητης οριζόντιας πλατφόρμας μάζας M=160kg και ακτίνας R=1,5m. Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Την στιγμή t=0, ο άνθρωπος αρχίζει να περπατά πάνω στην περιφέρεια της πλατφόρμας, με ταχύτητα σταθερού μέτρου, υ=2/s ως προς το έδαφος, κινούμενος αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

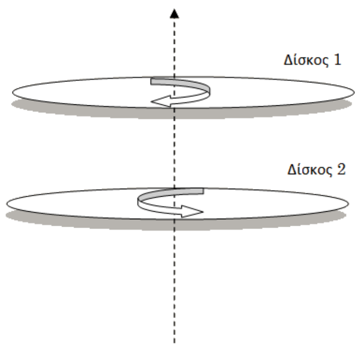


α) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της στροφορμής του ανθρώπου. Να σχεδιαστεί το διάνυσμα της στροφορμής του. Ο άνθρωπος μπορεί να θεωρηθεί σημειακό αντικείμενο.
β) Θα κινηθεί η πλατφόρμα; Αν ναι, με ποια γωνιακή ταχύτητα και προς ποια κατεύθυνση;
γ) Μετά από πόσο χρονικό διάστημα ο άνθρωπος θα ξαναβρεθεί στη θέση της πλατφόρμας από την οποία ξεκίνησε;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς άξονα που είναι κάθετος σ' αυτήν και διέρχεται από το κέντρο της, $I_{cm}=\frac{1}{2}ML^2$.

(**Απάντηση:** α) $L_{ανθ.}$ =180 kg·m^2/s β) ω = -1r/s γ) t= $\frac{6\pi}{7}$ sec)

9. Οριζόντιος ομογενής δίσκος (1) μάζας m=1kg και ακτίνας R=0,1m, περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1=10rad/s κατά τη φορά της κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Δεύτερος, όμοιος δίσκος (2) περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_2=5rad/s με φορά αντίθετη από αυτήν της κίνησης των δεικτών του ρολογιού, γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα και των δύο δίσκων και είναι κάθετος σε αυτούς.

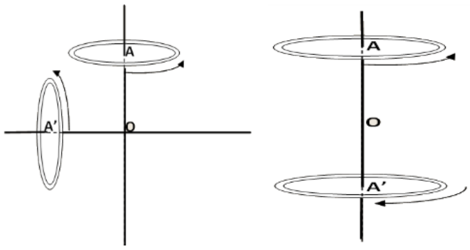


α) Να σχεδιάσετε τις στροφορμές των δύο δίσκων ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
β) Τη χρονική στιγμή $t=0$ ο δίσκος 1 αφήνεται πάνω στο δίσκο 2, οπότε λόγω τριβών οι δύο δίσκοι αποκτούν την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Να υπολογιστεί η κοινή γωνιακή τους ταχύτητα.
γ) Από τη στιγμή που οι δίσκοι έρχονται σε επαφή, μέχρι να αποκτήσουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα πέρασε χρόνος Δt=0,1s. Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής ροπής της τριβής που ασκήθηκε σε κάθε δίσκο στο χρονικό διάστημα αυτό.
δ) ποιος ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (1) , και ο αριθμός περιστροφών του ,μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός δίσκου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτόν και διέρχεται από το κέντρο μάζας του, $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$.

(**Απάντηση:** α) L_1 =0,05 kg·m²/s L_2 =0,025 kg·m²/s β) ω = -2,5 r/s γ) Στ(κ)= 0,375 Nm)

10. Ένας τροχός μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,4m στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω=20rad/s γύρω από κατακόρυφο άξονα ΟΑ που περνάει από το κέντρο του τροχού (βλέπε σχήμα). Ασκώντας στο σημείο Α κατάλληλη δύναμη στρέφουμε τον άξονα περιστροφής αρχικά κατά 90° και στη συνέχεια κατά 180° σε σχέση με την αρχική του θέση χωρίς να μεταβάλλουμε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του τροχού.



α) Να βρείτε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του τροχού για τη γωνία στροφής των 90°.

β) Να βρείτε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του τροχού για τη γωνία στροφής των 180°.

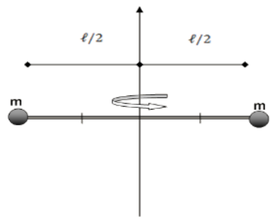
γ) Να σχεδιάσετε και στις δύο περιπτώσεις το διάνυσμα της μέσης ροπής που ασκήθηκε στον τροχό.

δ) Να βρείτε το μέτρο της μέσης ροπής που προκάλεσε την στροφή του άξονα περιστροφής κατά 180°, αν η χρονική διάρκεια της στροφής είναι Δt=2s.

Θεωρούμε ότι όλη η μάζα του τροχού είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του.

(**Απάντηση:** α) ΔL_1 =6,4$\sqrt{2}$kg·m²/s β) L_1 =12,8 kg·m²/s δ) Στ(κ)= 6,4 Nm)

11. Δύο σημειακές μεταλλικές σφαίρες από σιδηρομαγνητικό υλικό, που η καθεμιά έχει μάζα m=0,05kg είναι τοποθετημένες σε μια πλαστική κούφια αβαρή ράβδο, μήκους ℓ=1m με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε αυτή. Στο μέσον της ράβδου και εσωτερικά είναι τοποθετημένος ένας αβαρής ηλεκτρομαγνήτης τον οποίο μπορούμε να ενεργοποιούμε από απόσταση. Το σύστημα μπορεί να στρέφεται στο οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της ράβδου. Αρχικά ο ηλεκτρομαγνήτης είναι απενεργοποιημένος, το σύστημα στρέφεται με συχνότητα f=10/π Hz και οι σφαίρες βρίσκονται στα άκρα της ράβδου συγκρατούμενες με λεπτό αβαρές νήμα που διατρέχει την κούφια ράβδο. Ενεργοποιούμε τον ηλεκτρομαγνήτη οπότε οι σφαίρες μετακινούνται ταυτόχρονα και πλησιάζουν σε απόσταση ℓ/4 η καθεμιά από το μέσον της ράβδου Ο, όπου και σταματούν με τη βοήθεια κατάλληλου μηχανισμού.



α) Να υπολογιστεί η αρχική ροπή αδράνειας του συστήματος.

β) Να υπολογιστεί η αρχική στροφορμή του συστήματος.

γ) Να υπολογιστεί η νέα συχνότητα περιστροφής του συστήματος.

δ) Πόσο τοις εκατό θα μεταβληθεί η συχνότητα περιστροφής του συστήματος μετά τη μετακίνηση των σφαιρών;

(**Απάντηση**: α) Ι(ολ.)= 2,5 kg·m² β) L_1 =0,5 kg·m²/s γ) f= 40/π Hz δ)Π=300%)

12. Ένα γιο-γιο αποτελείται από κύλινδρο μάζας m=0,1kg και ακτίνας R=1/15 m, γύρω από τον οποίο είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα. Κρατάμε ακίνητο το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Αυτός εκτελεί σύνθετη κίνηση κινούμενος κατακόρυφα χωρίς να ολισθαίνει. Να βρείτε:

α) τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου καθώς κατέρχεται.

β) το ρυθμό αύξησης της στροφορμής του κυλίνδρου καθώς κατέρχεται.

γ) ποια είναι η εξίσωση που περιγάφει τη στροφορμη του γιο-γιο κατά την κίνηση του

δ) την στροφορμή του κυλίνδρου όταν έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους ℓ=30cm.

ε) την ταχύτητα του χαμηλότερου σημείου του δίσκου, τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους ℓ=30cm.

Δίνεται η ροπή αδράνειας κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$ και g=10m/s².

(**Απάντηση:** α) α_γ= 100 r/s² β) Στ(κ)= 1/45 Nm γ) L=$\frac{1}{45}$ t (S.I.) Δθ=40 rad δ) L=$\frac{1}{45}$ kg·m²/s ε) u=2$\sqrt{2}$ m/s ,εφθ= 1)

13. Συμπαγής και ομογενής τροχός μάζας m=10kg και ακτίνας R=0,2m κυλίεται ανερχόμενος κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$. Τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου υ=10m/s. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας και το μέτρο της στροφορμής του τροχού τη χρονική στιγμή t=0.

β) την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού καθώς ανέρχεται.

γ) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του τροχού καθώς ανέρχεται.

δ) την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού, όταν αυτός ανερχόμενος έχει διαγράψει N=54/4π περιστροφές.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτόν και διέρχεται από το κέντρο μάζας του, $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.

(**Απάντηση:** α)ω=50 r/s & L=10 kg·m²/s β) α_{cm}= -10/3 m/s² γ) Στ(κ)= -10/3 Nm δ) u(κ) = 8 m/s)

14. Η κυκλική εξέδρα μιας παιδικής χαράς έχει ακτίνα R=1m, μάζα M=80kg, είναι ακίνητη και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της. Ένα αγόρι μάζας m=20kg ενώ τρέχει στο έδαφος γύρω γύρω έξω από την εξέδρα με ταχύτητα μέτρου υ=3m/s, ξαφνικά πηδάει στην περιφέρεια της εξέδρας και μένει εκεί χωρίς να ολισθήσει. Να βρείτε:

α) τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος, όταν το αγόρι ανέβει στην περιφέρεια της εξέδρας.

β) τη δύναμη της στατικής τριβής που ασκείται στο αγόρι, αν στέκεται στη περιφέρεια της εξέδρας χωρίς να κρατιέται από τα στηρίγματα.

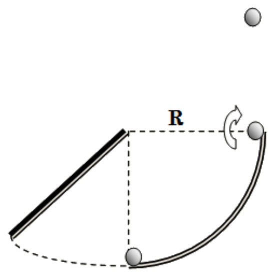
γ) τη σταθερή εξωτερική δύναμη που πρέπει να ασκήσουμε εφαπτομενικά στην εξέδρα, ώστε αυτή να σταματήσει να περιστρέφεται μετά από χρόνο t=3s.

δ) πόσες περιστροφές έκανε η εξέδρα στο χρονικό διάστημα των 3s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς άξονα που είναι κάθετος σ’ αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{cm}=\frac{1}{2}ML^2$.

(**Απάντηση:** α) ω=1 r/s β)$T_{\sigma\tau}$=20N γ) F = 20Nα_γ= 2 r/s² δ) N= 0,75 /π στρ.)

15. Μία κατακόρυφη ράβδος μάζας M=3kg και μήκους ℓ=1m, μπορεί να περιστρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το πάνω άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή. Εκτρέπουμε τη ράβδο από τη θέση ισορροπίας της και την αφήνουμε ελεύθερη. Τη στιγμή που περνάει από την κατακόρυφη θέση, το κάτω άκρο της συγκρούεται με σφαίρα ακτίνας r=0,1m και μάζας m=1kg που βρίσκεται ακίνητη στο κατώτατο σημείο τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=1m, του οποίου το κέντρο συμπίπτει με το σημείο εξάρτησης της ράβδου. Το κάτω άκρο της ράβδου την στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα υ_1=5m/s. Αμέσως μετά την κρούση η ράβδος ακινητοποιείται.



Η σφαίρα ανέρχεται στο τεταρτοκύκλιο στην αρχή ολισθαίνοντας και μετά κυλιόμενη. Τελικά εγκαταλείπει το ανώτερο άκρο του τεταρτοκυκλίου με γωνιακή ταχύτητα ω_3=8rad/s. Να βρεθούν:

α) η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.

β) η ταχύτητα υ_2 της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

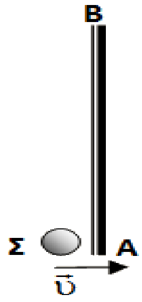
γ) το ύψος h, πάνω από το τεταρτοκύκλιο, στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα.

δ) η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας στο ανώτατο σημείο της τροχιάς της.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ’ αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$ και $g=10m/s^2$.

(**Απάντηση:** α) I(κ)=1 kg·m² β) u_2 = 5 m/s γ)h=3,2cm δ) ω = 8r/s)

16. ***** Μια ξύλινη ράβδος μήκους $\ell=0{,}4m$ και μάζας $M=0{,}04kg$ ισορροπεί ελεύθερη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα σώμα Σ μάζας $m=0{,}01kg$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon=4m/s$ χτυπά κάθετα στο άκρο Α της ράβδου. Μετά την κρούση το σώμα Σ ακινητοποιείται. Αν γνωρίζουμε ότι το σώμα Σ ως προς το κέντρο μάζας της ράβδου έχει στροφορμή που βρίσκεται από τη σχέση $L=m\upsilon\ell/2$, να βρείτε:



α) την ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

β) τον άξονα γύρω από τον οποίο θα περιστραφεί η ράβδος και τη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει.

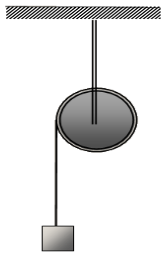
γ) τον αριθμό των περιστροφών που θα εκτελέσει η ράβδος στο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μετατοπιστεί το κέντρο μάζας της κατά 1m.

δ) Την ταχύτητα του πάνω άκρου της ράβδου (Β), όταν αυτή θα έχει συμπληρώσει 1,5 περιστροφές.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$.

(**Απάντηση:** α) $u_{cm} = 1$ m β) $\omega = 15$ r/s γ)$N=7{,}5/\pi$ στρ. δ) $u_2 = 4$ m/s)

17. Μια κατακόρυφη τροχαλία έχει τυλιγμένο γύρω της ένα λεπτό αβαρές σχοινί, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα (Σ) μάζας $m_\Sigma=1kg$. Η τροχαλία έχει ακτίνα $R=0{,}1m$, μάζα $M=2kg$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της τροχαλίας. Τη χρονική στιγμή t=0, αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί. Να βρείτε:



α) Την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Σ.

β) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας περιστροφής στην τροχαλία.

γ) Για τη χρονική στιγμή t=2s ζητούνται:

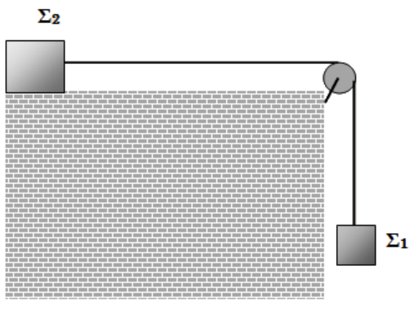
1) Η στροφορμή της τροχαλίας.

2) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας.

Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας είναι $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$. Δίνεται $g=10m/s^2$. Τριβές δεν υπάρχουν.

(Απάντηση: α) $\alpha_\Sigma= 5$ m/s^2 β) F = 25N γ$_1$) L=1 kg·m^2/s δ) Στ(κ)= 0,5 Nm)

18. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 που έχουν μάζες $m_1=2kg$ και $m_2=1kg$ αντίστοιχα, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές νήμα το οποίο διέρχεται από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας $M=2kg$ και ακτίνας $R=20cm$. Το σώμα Σ_1 κρέμεται κατακόρυφα και το Σ_2 βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.Να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ_1.

β) τις τιμές των τάσεων T_1 και T_2 των δύο νημάτων.

γ) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της.

δ) τη στροφορμή της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της, την χρονική στιγμή $t = 2s$.

Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$.Δίνεται $g=10m/s^2$.

(**Απάντηση:** α) α= 5 m/s^2 β)T_1=10 N T_2 =5N γ) Στ(κ)= 1 Nm δ) L=2 kgm^2/s)