

**ΕΝΘΕΤΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ
ΡΕΥΣΤΟ - ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ Bernoulli**

1. Οριζόντιος σωλήνας εκτοξεύει νερό από κάποιο ύψος h . Το νερό εξέρχεται του σωλήνα με ταχύτητα $v_0 = 5 \text{ m/s}$ και φτάνει στο έδαφος σε χρόνο $t=1\text{s}$ από τη στιγμή της εξόδου του από το σωλήνα. Η παροχή του σωλήνα είναι $\Pi = 0,6 \text{ m}^3/\text{min}$. Να υπολογίστε:

- α) το ύψος που βρίσκεται ο οριζόντιος σωλήνας.
- β) την απόσταση του σημείου που χτυπάει το νερό στο έδαφος από την έξοδο του σωλήνα.
- γ) τη μάζα του νερού που βρίσκεται κάθε στιγμή στον αέρα.
- δ) την ακτίνα του σωλήνα.

Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$, $\rho=1 \text{ g/cm}^3$.

(Απάντηση: 5sec , 5m , 10 kg , $A=0,002\text{m}^2$)

2. Ένας σωλήνας που μεταφέρει νερό έχει ακτίνα $r = \sqrt{2} \text{ cm}$ και διακλαδίζεται σε δύο μικρότερους σωλήνες ακτίνας $r_1 = r_2 = \sqrt{\pi} \text{ cm}$. Η παροχή στον κεντρικό σωλήνα είναι $\Pi=1 \text{ m}^3/\text{min}$. Ένας από τους δύο μικρότερους σωλήνες καταλήγει σε μια μικρή δεξαμενή που χωράει 100kg νερό. Να υπολογίστε:

- α) την ταχύτητα ροής στον κεντρικό σωλήνα.
- β) την παροχή νερού σε έναν από τους δύο μικρότερους σωλήνες.
- γ) την ταχύτητα ροής στους δύο μικρότερους σωλήνες.
- δ) το χρόνο που χρειάζεται για να γεμίσει η μικρή δεξαμενή.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό.

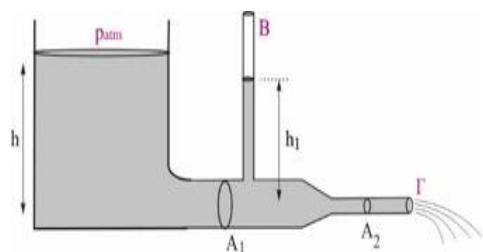
Δίνονται η πυκνότητα του νερού $\rho=1 \text{ g/cm}^3$ και $\pi^2=10$.

3. Η δεξαμενή του σχήματος περιέχει νερό και είναι ανοικτή στην ατμόσφαιρα. Το νερό διοχετεύεται μέσω του οριζόντιου σωλήνα μεταβλητής διατομής με $A_1=3A_2=120\text{cm}^2$ στο σημείο εξόδου Γ . Ο κατακόρυφος σωλήνας B είναι τοποθετημένος σε σημείο του οριζόντιου σωλήνα με εμβαδόν A_1 . Το ύψος της στήλης του νερού στη δεξαμενή είναι $h=1,8\text{m}$ και θεωρούμε ότι κατά την εκροή του νερού από το Γ το ύψος h δεν μεταβάλλεται. Να βρείτε:

- α. την ταχύτητα εκροής από το σημείο Γ .
- β. την πίεση p_1 στο εσωτερικό του σωλήνα με διατομή A_1 .
- γ. το ύψος h_1 της στήλης του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα B .

Δίνονται: $p_{atm}=10^5\text{N/m}^2$, $g=10\text{m/s}^2$ και $\rho_v=1.000\text{kg/m}^3$.

(Απάντηση: $u=6 \text{ m/s}$, 116000 N/m^2 , $1,6 \text{ m}$)



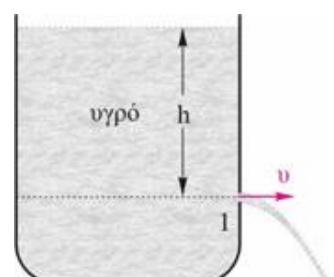
4. Ένα ανοικτό κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό. Στην πλευρική επιφάνεια του δοχείου και σε βάθος $h=0,45\text{m}$ από την ελεύθερη επιφάνεια, υπάρχει μια μικρή στρογγυλή τρύπα διαμέτρου $\delta=2\text{cm}$ από την οποία εκρέει το νερό. Η επιφάνεια της οπής θεωρείται πολύ μικρότερη από την ελεύθερη επιφάνεια του δοχείου.

A. Να βρείτε:

1. την ταχύτητα εκροής.
2. την παροχή της οπής.

B. Στην ελεύθερη επιφάνεια του δοχείου προσαρμόζεται ένα έμβολο με αποτέλεσμα το νερό να εκρέει από την τρύπα με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$. Να βρείτε την πρόσθετη πίεση (υπερπίεση) που προκαλείται από το έμβολο στο νερό.

Γ. Να βρεθεί σε ποιο βάθος h_f θα πρέπει να ανοιχθεί μια δεύτερη οπή ώστε το υγρό να εξέρχεται από αυτήν με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου. Δίνονται $\rho_v=1000\text{kg/m}^3$, $g=10\text{m/s}^2$.



5. Μια βρύση με παροχή 30 L/min είναι συνδεδεμένη με λάστιχο ποτίσματος διατομής A_1 . Στην άκρη του λάστιχου προσαρμόζουμε ένα στενό στόμιο διατομής A_2 , με $A_2 = A_1/5$. Το στόμιο βρίσκεται σε ύψος $h=1,8 \text{ m}$ από το έδαφος και το νερό που εκτοξεύεται από αυτό οριζόντια φτάνει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση $s=6 \text{ m}$. Να βρεθούν:

- το χρονικό διάστημα που θέλει το νερό για να φθάσει από το στόμιο στο έδαφος.
- η ταχύτητα εκροής του νερού από το στόμιο.
- το εμβαδό διατομής του στομίου εκτόξευσης του νερού.
- την ταχύτητα του νερού στο λάστιχο ποτίσματος.

Να θεωρήσετε ότι η ροή του νερού έχει τις ιδιότητες του ιδανικού ρευστού. Δίνεται $g=10 \text{ m/sec}^2$.

6. Στους ανθρώπους, το αίμα ρέει από την καρδιά στην αορτή και στη συνέχεια εισέρχεται στις κύριες αρτηρίες. Αυτές διακλαδίζονται σε μικρότερες αρτηρίες, οι οποίες με τη σειρά τους διακλαδίζονται σε δισεκατομμύρια λεπτά τριχοειδή. Το αίμα επιστρέφει πίσω στην καρδιά μέσω των φλεβών. Η διάμετρος μιας αορτής είναι περίπου $\Delta=1,2 \text{ cm}$ και το αίμα που κυκλοφορεί σε αυτήν έχει ταχύτητα περίπου $v_1=40 \text{ cm/s}$. Ένα τυπικό τριχοειδές αγγείο έχει ακτίνα $r=2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, και το αίμα που κυκλοφορεί σε αυτό τρέχει με $v_2=0,05 \text{ cm/s}$ περίπου. Εκτιμήστε την τάξη μεγέθους των πλήθους των τριχοειδών αγγείων που βρίσκονται στο ανθρώπινο σώμα. το αίμα έχει τις ιδιότητες του ιδανικού ρευστού.

7. Η δεξαμενή του σχήματος έχει σχήμα κυλίνδρου με εμβαδό βάσης $A=8\text{m}^2$ και είναι γεμάτη με νερό ενώ η πάνω βάση της είναι ανοικτή επικοινωνώντας με την ατμόσφαιρα. Στην κάτω βάση υπάρχει κατακόρυφος σωλήνας ο οποίος συνδέεται μέσω των οριζόντιων σωληνώσεων BB_1 και $ΓΓ_1$ με βρύσες. Οι οριζόντιες σωληνώσεις απέχουν $h_1=0,3 \text{ m}$ και $h_2=1,5 \text{ m}$ αντίστοιχα από την κάτω βάση της δεξαμενής και έχουν διάμετρο $\delta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \text{ cm}$.

A. Οι δύο βρύσες είναι κλειστές και η πίεση που επικρατεί στη βρύση $Γ_1$ είναι $p_{Γ}=1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Να βρείτε:

i. τη χωρητικότητα της δεξαμενής

ii. Την πίεση που επικρατεί στη βρύση B_1 .

B. Οι δύο βρύσες είναι ανοικτές. Να βρείτε:

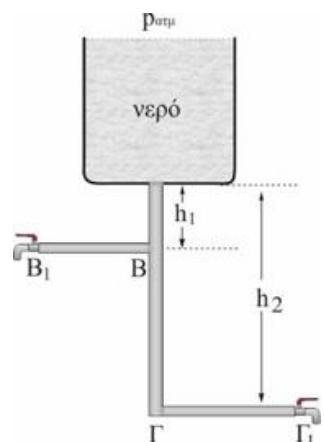
i. την ταχύτητα εκροής του νερού από τη βρύση $Γ_1$.

ii. το όγκο του νερού που φεύγει από τη βρύση B_1 σε χρονικό διάστημα 1 min .

Θεωρείστε ότι στη διάρκεια του 1 min η στάθμη του νερού στη δεξαμενή δεν έχει μεταβληθεί.

Δίνονται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ και $p_{ατμ}=10^5 \text{ N/m}^2$.

(Απάντηση: $V=4 \text{ m}^3$, 108000 N/m^2 $u=2 \sqrt{10} \text{ m/s}$, $V=24 \text{ L}$)



8. Το σύστημα των σωλήνων του σχήματος ονομάζεται βεντουρίμετρο και χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ταχύτητας ροής ενός ρευστού σε ένα σωλήνα. Στον οριζόντιο σωλήνα του σχήματος ρέει φυσικό αέριο, η επιφάνεια A_1 είναι διπλάσια της A_2 με $A_1=12 \text{ cm}^2$. Στον υοειδή σωλήνα υπάρχει νερό και οι δύο στήλες έχουν διαφορά ύψους $h=6,75 \text{ cm}$. Να βρείτε:

A. Τη διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων 1 και 2 που βρίσκονται στις ελεύθερες επιφάνειες του νερού.

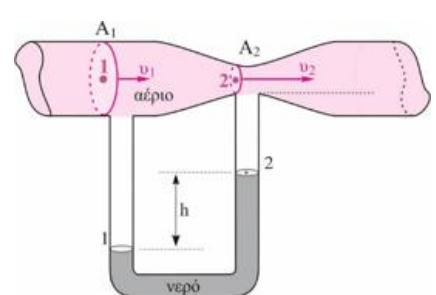
B. Την ταχύτητα του αερίου στο σημείο 1.

C. Την παροχή του αερίου στον οριζόντιο σωλήνα.

D. το όγκο του αερίου που διέρχεται από μια διατομή του σωλήνα σε χρόνο 1 min .

Δίνονται: η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$, η πυκνότητα του αερίου $\rho_a=0,5 \text{ kg/m}^3$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$

(Απάντηση: 675 N/m^2 , $u=30 \text{ m/s}$, $\Pi=30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec}$, $V=2160 \text{ L}$)



9. Το δοχείο του σχήματος είναι ανοικτό, περιέχει νερό και ο **καμπυλωτός** σωλήνας (σίφωνας) είναι σταθερής διατομής. Για τις αποστάσεις του σχήματος ισχύουν $h_1=0,3\text{m}$, $h_2=0,45\text{m}$.

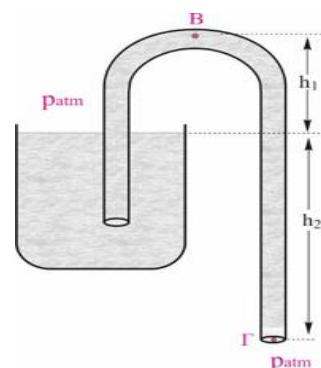
Να βρείτε:

A. την ταχύτητα εκροής του νερού από το σημείο Γ .

β. την πίεση στο σημείο B .

γ. το μέγιστο ύψος h_1' για το οποίο έχουμε ροή νερού μέσα από το σίφωνα αν το άκρο Γ βρίσκεται σε ύψος $h_2=0,45\text{m}$ κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού του δοχείου.

Δίνονται: $p_{atm}=10^5\text{N/m}^2$, $g=10\text{m/s}^2$ και $\rho_v=1.000\text{kg/m}^3$.



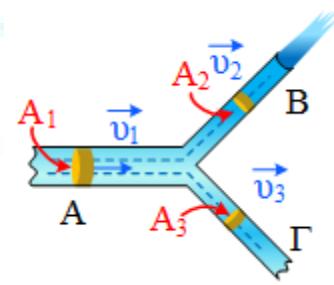
(Απάντηση: $u=3 \text{ m/s}$, 92500 N/m^2 , $9,55 \text{ m}$)

10. Οριζόντιος σωλήνας κυκλικής διατομής A_1 έχει διάμετρο $\delta_1 = \delta$. Σε κάποιο σημείο ο σωλήνας χωρίζεται σε δύο άλλους οριζόντιους σωλήνες κυκλικών διατομών A_2 , A_3 με διαμέτρους $\delta_2=\delta/2$ και $\delta_3=2\delta/3$ αντίστοιχα. Το υγρό στο σωλήνα με κυκλική διατομή A_2 εξέρχεται στην ατμόσφαιρα. Το σωλήνα με κυκλική διατομή A_1 το υγρό κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 5\text{m/s}$, ενώ στο σωλήνα με κυκλική διατομή A_2 το υγρό κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 25\text{m/s}$. Να υπολογιστεί

α. η πίεση στο σημείο A .

β. το μέτρο της ταχύτητας u_3 .

γ. η πίεση στη θέση Γ . Το υγρό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα ή ακόμη βρίσκεται μέσα σε σωλήνα;



Δίνεται ο τύπος για το εμβαδόν κυκλικής διατομής $A = \pi \left(\frac{\delta}{2}\right)^2$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm} = 10^5\text{N/m}^2$ και η πυκνότητα του υγρού $\rho = 10^3\text{kg/m}^3$. Θεωρούμε το υγρό ιδανικό, την ροή στρωτή και τις τριβές αμελητέες.

(Απάντηση: $4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $u=5 \text{ m/s}$, $P_\Gamma=4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ δεν έχει συναντήσει ακόμη την P_{atm})

11. Η οπή εκτόξευσης του νερού ενός νεροπίστολου έχει εμβαδό $A_2=1\text{mm}^2$ και το εμβαδόν του εμβόλου που πιέζει το νερό $A_1=70\text{mm}^2$. Ένα παιδί κρατάει το νεροπίστολο σε ύψος $h=0,8 \text{ m}$ από το έδαφος και πιέζει τη σκανδάλη του. Η σκανδάλη στη συνέχεια πιέζει το έμβολο της μικρής δεξαμενής αποθήκευσης του νερού με δύναμη $F=10\text{N}$ και το νερό εξέρχεται με ταχύτητα u_2 . Να βρεθούν:

α) η σχέση που συνδέει την ταχύτητα εκτόξευσης του νερού με την ταχύτητα κίνησης του εμβόλου.

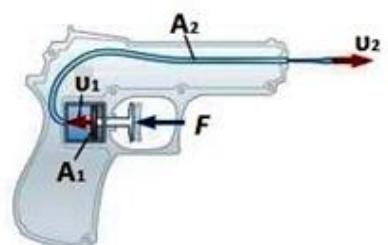
β) η ταχύτητα εκτόξευσης u_2 του νερού.

γ) η οριζόντια απόσταση που φτάνει το νερό όταν πέφτει στο έδαφος.

Να θεωρήσετε ότι η ροή του νερού έχει τις ιδιότητες του ιδανικού ρευστού.

Η πυκνότητα του νερού είναι $\rho=10^3\text{kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\text{Θεωρείστε } \frac{4899}{4900} \approx 1, \sqrt{\frac{2000}{7}} = 16,9$$



(Απάντηση: $u_2 = 70u_1$, $u_2 = 16,9\text{m/s}$, $d = 6,76\text{m}$)

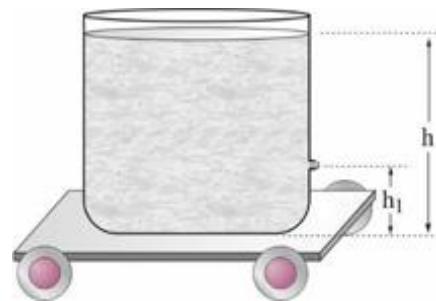
12. Το δοχείο του σχήματος περιέχει νερό και είναι κολλημένο σταθερά στο αμαξίδιο. Η στάθμη του νερού φτάνει μέχρι ύψος $h=0,5\text{m}$ και σε απόσταση $h_1=5\text{cm}$ από τη βάση του δοχείου υπάρχει οπή εμβαδού $A=40\text{mm}^2$ η οποία φράσσεται με πώμα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφαιρούμε το πώμα και νερό εκρέει από την οπή. Να βρείτε τη χρονική στιγμή $t=0$:

A. την ταχύτητα εκροής.

B. τη μέση δύναμη που ασκεί μια στοιχειώδης εκρέουσα μάζα Δm του νερού στο δοχείο.

Γ. την επιτάχυνση του συστήματος δοχείο-νερό-αμαξίδιο, αν η συνολική μάζα του είναι $m=10\text{kg}$. Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$, $\rho_v=1000\text{kg/m}^3$.

(Απάντηση: $u=3 \text{ m/s}$, $0,36\text{N}$, $0,036\text{m/s}^2$)



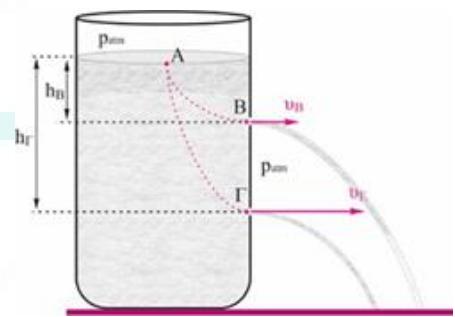
13. Το ανοικτό δοχείο του σχήματος περιέχει υγρό πυκνότητας ρ και στο σημείο B που βρίσκεται σε βάθος $h_B=0,2\text{m}$ από την ελεύθερη επιφάνειά του, υπάρχει μια μικρή οπή εμβαδού διατομής $A=3*10^{-4}\text{m}^2$. Το υγρό εκρέει από την οπή με ταχύτητα μέτρου u .

A. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας εκροής (**Θεώρημα Torricelli**).

B. Να βρεθεί η παροχή του υγρού από την οπή.

Γ. Να βρεθεί σε ποιο βάθος h_F θα πρέπει να ανοιχθεί μια δεύτερη οπή ώστε το υγρό να εξέρχεται από αυτήν με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου.

Δίνεται ότι η πίεση στην επιφάνεια του υγρού είναι ίση με p_{atm} , ότι το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας είναι πολύ μεγαλύτερο από αυτό της οπής και $g=10\text{m/s}^2$.



14. Στον οριζόντιο σωλήνα του σχήματος ρέει αέρας και ο υοειδής σωλήνας χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ταχύτητας του αέρα. Στο σημείο B υπάρχει ανακοπή του ρεύματος του αέρα (σημείο ανακοπής) οπότε η ταχύτητα του αέρα στο σημείο B είναι μηδενική. Το υγρό στον υοειδή σωλήνα είναι νερό και η υψομετρική διαφορά στα δύο σκέλη του σωλήνα είναι $h=10\text{cm}$.

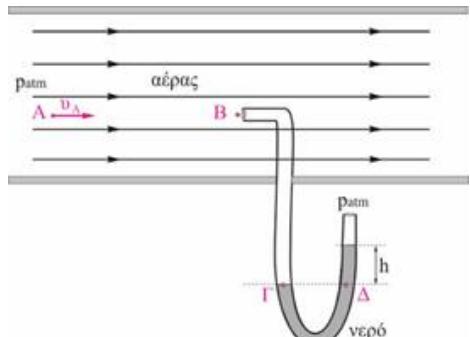
A. Να βρεθεί η πίεση στο σημείο ανακοπής B σε συνάρτηση με την ταχύτητα του αέρα.

B. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του αέρα στον οριζόντιο σωλήνα.

Η παραπάνω μέθοδος χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ταχύτητας των αεροπλάνων με τον σωλήνα Pitot να τοποθετείται στο φτερό του αεροπλάνου.

$\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$, $p_{atm}=10^5 \text{ N/m}^2$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

(Απάντηση: $P_B=0,625u_A^2 + P_{atm}$, $u_2 = 40 \text{ m/s}$)



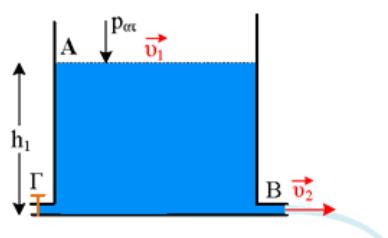
15. Ένα δοχείο περιέχει νερό, μέχρι ορισμένο ύψος. Από κάποια βρύση διατομής A₂ που βρίσκεται στον πυθμένα του δοχείου, στη θέση B, χύνεται το νερό. Η επιφάνεια του δοχείου έχει εμβαδό διατομής A₁ με $A_1 = 10A_2$. Σε κάποια χρονική στιγμή η ταχύτητα εκροής του νερού είναι $v_2 = 10 \text{ m/s}$, ενώ την ίδια στιγμή η ταχύτητα πτώσης της ελεύθερης επιφάνειας του νερού έχει μέτρο v_1 . Να υπολογίσετε:

α. την ταχύτητα με την οποία κατέρχεται η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

β. το ύψος h_1 του νερού στο δοχείο κατά τη στιγμή αυτή.

γ. όταν η επιφάνεια του νερού στο δοχείο κατέβει κατά $\Delta h = 3,75\text{m}$ σε σχέση με την προηγούμενη στάθμη (h_1), ανοίγουμε μία δεύτερη βρύση που βρίσκεται στο ίδιο ύψος με την πρώτη, θέση Γ και έχει την ίδια διατομή. Να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η ελεύθερη επιφάνεια στο δοχείο.

(Απάντηση: $u_2 = 1 \text{ m/s}$)



- 16.** Το δοχείο του σχήματος περιέχει δύο υγρά που δεν αναμιγνύονται. Το υγρό που είναι σε επαφή με τον πυθμένα του δοχείου είναι νερό πυκνότητας $\rho_1=1000 \text{ kg/m}^3$ και πάνω σε αυτό υπάρχει λάδι πυκνότητας $\rho_2=800 \text{ kg/m}^3$. Τα ύψη των υγρών είναι $h_1=1,4 \text{ m}$ και $h_2=0,5 \text{ m}$ αντίστοιχα. Το δοχείο είναι ανοικτό στην ατμόσφαιρα και στον πυθμένα του υπάρχει μία κλειστή κυκλική οπή μικρού εμβαδού συγκριτικά με το εμβαδόν βάσης του δοχείου. Ανοίγουμε την οπή. Να βρείτε:

A. την πίεση στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού-νερού.

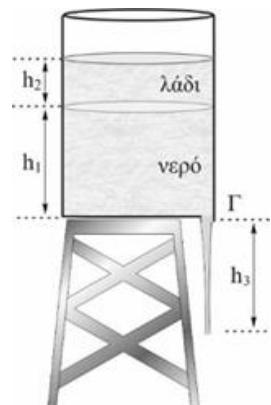
B. την ταχύτητα εκροής από το σημείο Γ της οπής.

C. την παροχή της οπής αν η διάμετρος της είναι $\delta=2 \text{ cm}$.

D. τη διάμετρο της υδάτινης στήλης σε απόσταση $h_3=1,4 \text{ m}$ κάτω από το σημείο εκροής Γ .

Δίνονται: $g=10 \text{ m/s}^2$ και $p_{\text{atm}}=10^5 \text{ N/m}^2$

(Απάντηση: $P=104000 \text{ Pa}$, $u_2 = 6 \text{ m/s}$, $0,6\pi \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, $10^{-2}\sqrt{3} \text{ m}$)



- 17.** Το δοχείο του σχήματος είναι ανοικτό και περιέχει ιδανικό υγρό. Σε αποστάσεις $y_1=0,2 \text{ m}$ και $y_2=0,8 \text{ m}$ από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού και στην ίδια κατακόρυφο ανοίγουμε δύο μικρές οπές εμβαδού $A=0,1 \text{ cm}^2$ η κάθε μια. Το υγρό αρχίζει να χύνεται ταυτόχρονα και από τις δύο οπές.

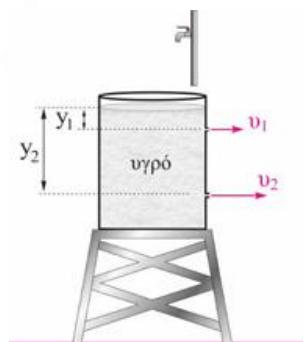
A. Να βρείτε:

1. τις ταχύτητες εκροής από τις δύο οπές.

2. τη θέση του σημείου συνάντησης των δύο φλεβών νερού θεωρώντας ότι το δοχείο είναι αρκετά ψηλά σε σχέση με το έδαφος.

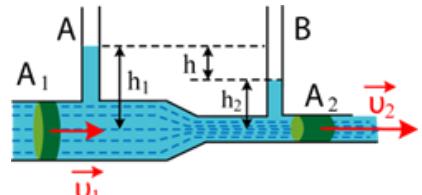
B. Πάνω από το δοχείο βρίσκεται μια βρύση από την οποία χύνεται το ίδιο υγρό με τέτοια ροή ώστε, παρόλο που το υγρό εκρέει από τις οπές, η στάθμη του στο δοχείο να παραμένει σταθερή. Να βρείτε την παροχή του υγρού από τη βρύση.

Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$.



- 18.** Στο σωλήνα του σχήματος (ροόμετρο Venturi) κινείται νερό. Οι διατομές του σωλήνα στα σημεία A, B είναι A_1 , A_2 με $A_1 = 4A_2$ και η διαφορά στάθμης στους δύο κατακόρυφους ανοικτούς σωλήνες στα αντίστοιχα σημεία είναι $h = 12 \text{ cm}$, (βλέπε σχήμα). Να υπολογιστεί

a. η διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων που βρίσκονται στις βάσεις των δύο κατακόρυφων στηλών A και B.



b. το μέτρο της ταχύτητας v_1 του υγρού στο σωλήνα διατομής A₁.

γ. ο όγκος του νερού που περνά από τον σωλήνα σε $t=2 \text{ h}$ αν για την διατομή ισχύει $A_1=200 \text{ cm}^2$.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$ και $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$

(Απάντηση: $P_B=1200 \text{ Pa}$, $u_2 = 0,4 \text{ m/s}$, $57,6 \text{ m}^3$)

- 19.** Εντός κλειστού δοχείου μεγάλης διατομής υπάρχει νερό πυκνότητας $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ μέχρι ύψους $h = 5 \text{ m}$. Πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού υπάρχει αέρας με πίεση $p = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Στο κάτω άκρο του δοχείου υπάρχει μικρή οπή κατάλληλα διαμορφωμένη ώστε το νερό να εκτοξεύεται κατακόρυφα, όπως στο σχήμα. Να υπολογιστεί:

α. το ύψος της φλέβας του νερού που εκτοξεύεται από τη μικρή οπή.

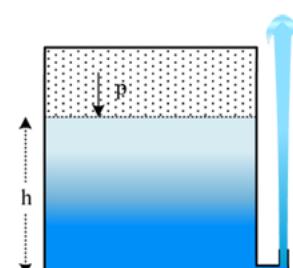
β. το μέτρο της ταχύτητας της φλέβας στο ισοϋψές σημείο με την επιφάνεια του νερού μέσα στο δοχείο.

γ. η μεταβολή της πίεσης που πρέπει να υποστεί στο αέριο ώστε να διπλασιάσουμε το μέγιστο ύψος του πίδακα.

δ. το ελάχιστο ύψος μιας όμοιας ανοιχτής δεξαμενής, ώστε η φλέβα να φτάσει στο ίδιο μέγιστο ύψος με αυτό της ερώτησης α, αν αντί για αέριο υπό πίεση είχαμε ανοικτή την πάνω επιφάνεια και συμπληρώναμε με λάδι πυκνότητας $\rho_l = 800 \text{ kg/m}^3$

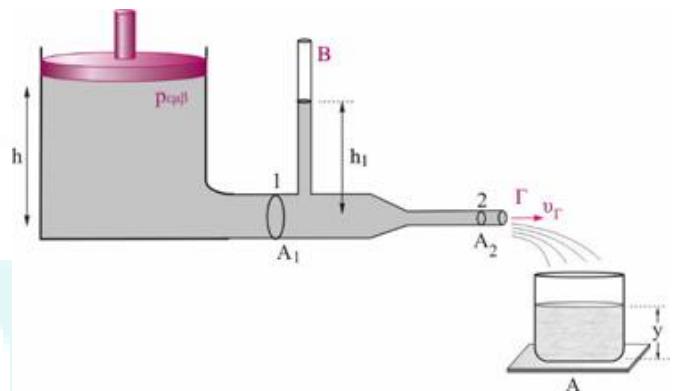
Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{atm}} = 10^5 \text{ N/m}^2$.

Το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό και η ροή είναι μόνιμη και στρωτή.



- 20.** ** Δεξαμενή μεγάλης διατομής με κατακόρυφα τοιχώματα είναι τοποθετημένη στο έδαφος και περιέχει νερό μέχρι ύψους $H = 2\text{m}$.
- Να υπολογιστεί σε ποια απόσταση h από τον πυθμένα της δεξαμενής πρέπει να ανοίξουμε μικρή οπή, ώστε η φλέβα του νερού να συναντήσει το έδαφος σε οριζόντια απόσταση $S = 1,2\text{m}$ από το τοίχωμα της δεξαμενής.
 - Να δειχθεί ότι η μέγιστη απόσταση S είναι ίση με το ύψος H του νερού στη δεξαμενή.
 - Να βρεθεί για ποια τιμή του h η απόσταση S γίνεται μέγιστη.

- 21.** Η δεξαμενή του σχήματος περιέχει νερό και φέρει ένα έμβολο ώστε να καλύπτει ολόκληρη την επιφάνεια του νερού. Το νερό διοχετεύεται μέσω του οριζόντιου σωλήνα μεταβλητής διατομής με $A_1=3A_2=12\text{cm}^2$ στο σημείο εξόδου Γ από όπου εκρέει πέφτοντας στο δοχείο εμβαδού βάσης $A=0,288\text{m}^2$. Ο κατακόρυφος σωλήνας B είναι τοποθετημένος σε σημείο του οριζόντιου σωλήνα με εμβαδόν A_1 . Το ύψος της στήλης του νερού στη δεξαμενή είναι $h=1,8\text{m}$ και θεωρούμε ότι κατά την εκροή του νερού από το Γ το ύψος h δεν μεταβάλλεται. Τη χρονική στιγμή $t=0$ πιέζουμε προς τα κάτω το έμβολο με αποτέλεσμα το νερό να εκρέει από το σημείο Γ με ταχύτητα 9m/s . Να βρείτε:



- την πίεση $p_{\text{εμβ}}$ μεταξύ εμβόλου και της επιφάνειας του νερού στη δεξαμενή.
- το ύψος h_1 της στήλης του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα B .
- την αύξηση του ύψους y του νερού στο δοχείο μετά από χρόνο 1 min.

Δίνονται: $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$, $g=10\text{m/s}^2$ και $\rho=1.000\text{kg/m}^3$.

- 22.** Ανοικτή δεξαμενή νερού έχει στον πυθμένα βρύσες πανομοιότυπες που η κάθε μία έχει εμβαδό διατομής $A = 2\text{cm}^2$. Η δεξαμενή τροφοδοτείται από σωλήνα από τον οποίο τρέχει νερό στην ελεύθερη επιφάνεια της με σταθερή παροχή $\Pi = 0,8\text{L/s}$.

- Να υπολογίσετε σε ποιο ύψος η στάθμη του νερού παραμένει σταθερή στη δεξαμενή όταν έχουμε ανοιχτή μία βρύση.
- Να βρείτε την κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του νερού στην έξοδο.
- Αν θέλουμε να ποτίσουμε τον κήπο μας με το παραπάνω σύστημα, πόσες βρύσες μπορούμε να ανοίξουμε ταυτόχρονα, δεδομένου ότι ικανοποιητική παροχή έχουμε όταν η στάθμη στη δεξαμενή δεν πέφτει κάτω από $h_2 = 0,2\text{m}$.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$ και η πυκνότητα του νερού $\rho = 10^3\text{kg/m}^3$.

Θεωρήστε τη ροή στρωτή, το νερό ιδανικό ρευστό και την ταχύτητα με την οποία πέφτει το νερό από τον σωλήνα στη δεξαμενή είναι περίπου μηδέν.

