ΘΕΩΡΙΑ
ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ – ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ
ΚΥΛΙΣΗ ΤΡΟΧΟΥ

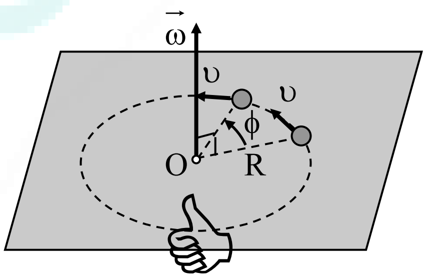
Υλικό σημείο λέμε το σώμα του οποίου οι διαστάσεις μπορούν να θεωρηθούν ασήμαντες σε σχέση με τις διαστάσεις του περιβάλλοντος χώρου.
Το υλικό σημείο εκτελεί **μόνο μεταφορική κίνηση.**
Το σώμα του οποίου τις διαστάσεις δεν μπορούμε να αμελήσουμε το λέμε **στερεό σώμα.**
Τα στερεά σώματα, εκτός της μεταφορικής κίνησης, **εκτελούν και περιστροφική κίνηση** (δηλαδή αλλάζουν προσανατολισμό στον χώρο).
Όταν ένα στερεό σώμα κάνει μεταφορική κίνηση, το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία του μετατοπίζεται παράλληλα προς τον εαυτό του.
Ένα στερεό σώμα κάνει στροφική κίνηση όταν όλα τα σημεία του περιστρέφονται γύρω από έναν άξονα με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$.
Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός υλικού σημείου η γωνιακή ταχύτητα είναι ένα διανυσματικό μέγεθος το οποίο έχει:

μέτρο ω ίσο με το πηλίκο $\frac{\varphi}{t}$, οπου φ η γωνία που διαγράφει η ακτίνα σε χρόνο t, δηλαδή:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.

φορά που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.



Όλα τα σημεία του σώματος που εκτελούν κυκλικές κινήσεις έχουν **την ίδια γωνιακή ταχύτητα**, αλλά **διαφορετικές γραμμικές ταχύτητες,** των οποίων τα μέτρα δίνονται από τη σχέση υ = ωr, όπου r η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής.
Τον ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ του σώματος τον ονομάζουμε γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ δηλαδή:

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

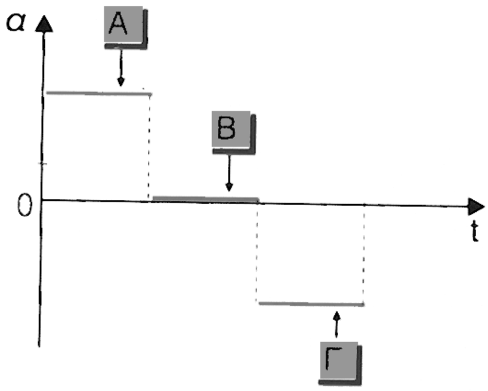
ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ

Μεταφορική κίνηση	**Στροφική κίνηση**
Ταχύτητα $\vec{\upsilon}$	γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$
Επιτάχυνση $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ ή $\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$	γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ ή $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
Μετατόπιση $\vec{s}$	γωνία στροφής θ
s = υt (ευθύγραμμη ομαλή κίνηση)	θ = ωt (ομαλή στροφική κίνηση)
$\left.\begin{aligned}\upsilon &= \upsilon_0 + \alpha t\\ s &= \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2\end{aligned}\right\}$ ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση	$\left.\begin{aligned}\omega &= \omega_0 + \alpha t\\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2\end{aligned}\right\}$ στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

Κέντρο μάζας (cm) ενός στερεού σώματος ονομάζεται το σημείο εκείνο το οποίο κινείται όπως ένα υλικό σημείο με μάζα ίση με τη μάζα του σώματος, αν ασκούνται σε αυτό όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.
Όταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα και μεταφορική και στροφική κίνηση, εκτελεί ένα είδος **σύνθετης** κίνησης.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΕΩΝ
ΟΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ
ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΤΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΑΠΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

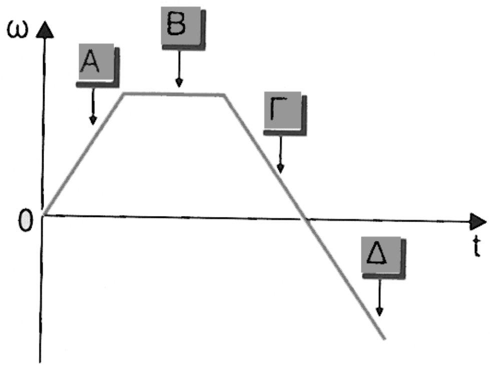
1. Διάγραμμα γωνιακής επιτάχυνσης – χρόνου



	Αλγεβρική τιμή γωνιακής επιτάχυνσης	Είδος περιστροφικής κίνησης
ΤΜΗΜΑ Α	Θετική	Ομαλά επιταχυνόμενη
ΤΜΗΜΑ Β	Μηδέν	Ομαλή
ΤΜΗΜΑ Γ	Αρνητική	Ομαλά επιβραδυνόμενη

Υπολογισμός από το διάγραμμα: Το **εμβαδό** που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των χρόνων **εκφράζει τη μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας** στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

2. Διάγραμμα γωνιακής ταχύτητας – χρόνου



Τμήμα διαγράμματος	Μέτρο γωνιακής ταχύτητας	Είδος περιστροφικής κίνησης
ΤΜΗΜΑ Α	Αυξάνεται	Ομαλά επιταχυνόμενη
ΤΜΗΜΑ Β	Σταθερό	Ομαλή
ΤΜΗΜΑ Γ	Μειώνεται	Ομαλά επιβραδυνόμενη

Αλγεβρική τιμή γωνιακής ταχύτητας	**Κατεύθυνση κίνησης**
Θετική	Περιστροφή κατά τη θετική φορά
Αρνητική	Περιστροφή κατά την αρνητική φορά
Μηδέν	Ακίνητο

ΤΜΗΜΑ Δ	Αυξάνεται	Ομαλά επιταχυνόμενη

Υπολογισμοί από το διάγραμμα

i) Η **κλίση** της γραφικής παράστασης εκφράζει το **ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας** περιστροφής:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{d\omega}{dt}$$

δηλαδή τη γωνιακή επιτάχυνση α: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{d\omega}{dt} = \alpha$

ii) Το **εμβαδό** που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των χρόνων εκφράζει τη **γωνία περιστροφής** του στερεού σώματος.

περικλειόμενο εμβαδό ➡ γωνία στροφής dθ

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Οι σχέσεις της ομαλά μεταβαλλόμενης στροφικής κίνησης ($\omega = \omega_o \pm \alpha\cdot dt$ (1) και $d\theta = \omega_o\, dt \pm \frac{1}{2}\alpha dt^2$ (2)) δεν αναφέρονται στο σχολικό βιβλίο. Κατά συνέπεια μπορούν να χρησιμοποιούνται μόνο αφού αποδειχθούν. Οι αντίστοιχοι υπολογισμοί μπορούν να γίνονται και ως εξής: Από τον ορισμό της γωνιακής επιτάχυνσης προκύπτει η σχέση (1): $\alpha = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_o}{dt}$

Αν θέλουμε να υπολογίσουμε τη γωνία στροφής:

i) Προσδιορίζουμε την εξίσωση ω=f(t): $\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{dt} \Rightarrow \omega = \omega_o + \alpha dt$.

ii) Κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση της σχέσης αυτής.

iii) Από το περικλειόμενο εμβαδό μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των χρόνων υπολογίζουμε τη γωνία στροφής στον αντίστοιχο χρόνο.

ΣΤΕΡΕΟ ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΕΙ (ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΚΑΙ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗ)ΚΙΝΗΣΗ

3. Τα μεγέθη της μεταφορικής κίνησης (υ_{cm}, α_{cm}) συνδυάζονται με τα μεγέθη της περιστροφικής κίνησης (ω, α) με τις εξισώσεις: $\Delta s = \Delta\theta R$, $\upsilon_{cm} = \omega R$ και $\alpha_{cm} = \alpha R$.
4. Αν το στερεό εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση (για παράδειγμα: κλίση ενός τροχού κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου), μπορούμε να συσχετίσουμε τα μεγέθη της μεταφορικής κίνησης μεταξύ τους (ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{cm}, επιτάχυνση κέντρου μάζας α_{cm} και μετατόπιση d) απαλείφοντας το χρόνο από τις εξισώσεις ταχύτητας και μετατόπισης ($\upsilon_{cm} = \upsilon_{o,cm} + \alpha_{cm}\cdot t$ και $d = \upsilon_{o,cm}t + \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot t^2$) .

   Για παράδειγμα, αν ο τροχός αφήνεται να κυλήσει χωρίς αρχική ταχύτητα:

   $\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t \Rightarrow t = \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}}$ και $d = \frac{1}{2}\alpha_{cm}\frac{\upsilon_{cm}^2}{\alpha_{cm}^2} \Rightarrow d = \frac{\upsilon_{cm}^2}{2\alpha_{cm}} \Rightarrow$

   $$\upsilon_{cm} = \sqrt{2\alpha_{cm}d}$$
5. Η ταχύτητα ενός οχήματος ταυτίζεται με την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού του οχήματος.

6. Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής των διαφόρων σημείων της περιφέρειας ενός περιστρεφόμενου στερεού (τροχός, κύλινδρος, δίσκος,…) ισούται με τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας του στερεού.
7. Το τόξο που αντιστοιχεί στην περιστροφή του στερεού και η μετατόπιση του στερεού κατά μήκος του επιπέδου της κίνησής του είναι ίσα.
8. Αν γνωρίζουμε τη γωνία στροφής ενός στερεού σε κάποιο χρόνο, μπορούμε να υπολογίσουμε τον αριθμό των περιστροφών Ν του στερεού, διαιρώντας με τη γωνία (2π) μιας πλήρους περιστροφής:

$$N = \frac{\theta}{2\pi}$$

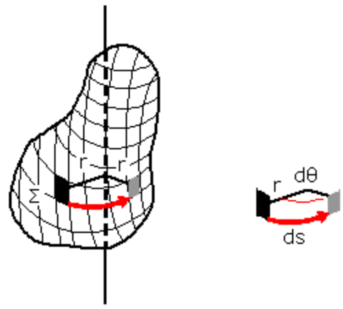
Κύλιση χωρίς ολίσθηση - Σχέση υ_{cm} και ω - Σχέση α_{cm} και $\alpha_{γων}$

Στροφικά μεγέθη

- **Σχέση μεταξύ ταχύτητας λόγω στροφικής κίνησης και γωνιακής ταχύτητας:** $\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega \cdot r$

<u>Απόδειξη</u>

Κατά τη διάρκεια μιας στροφικής κίνησης, μέσα σε χρόνο dt το τυχαίο υλικό σημείο Σ του στερεού έχει στραφεί κατά γωνία dθ. Αν το υλικό σημείο Σ βρίσκεται σε απόσταση r από τον άξονα περιστροφής τότε στο ίδιο χρονικό διάστημα dt διαγράφει μήκος τόξου ds για το οποίο ισχύει:



$d\theta = \frac{ds}{r} \Rightarrow ds = d\theta \cdot r$

Διαιρώντας τα δύο μέλη με το αντίστοιχο χρονικό διάστημα dt παίρνουμε:

$\frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot r \quad \Rightarrow \left(\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \frac{ds}{dt} \quad , \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}\right) \Rightarrow \upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega \cdot r$

Η ποσότητα $\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega \cdot r$ δηλώνει το πόσο γρήγορα το υλικό σημείο διαγράφει τα τόξα και λέγεται ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης, $\upsilon_{\sigma\tau\rho}$.

- **Σχέση μεταξύ επιτάχυνσης λόγω στροφικής κίνησης και γωνιακής επιτάχυνσης:** $\alpha_{\sigma\tau\rho} = \alpha_\gamma \cdot r$

<u>Απόδειξη</u>

Από τον τύπο $\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega \cdot r$, έχουμε:

$\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega \cdot r \quad \Rightarrow \frac{d\upsilon_{\sigma\tau\rho}}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r \Rightarrow \left(\alpha_{\sigma\tau\rho} = \frac{d\upsilon_{\sigma\tau\rho}}{dt} \quad , \alpha_\gamma = \frac{d\omega}{dt}\right) \Rightarrow \alpha_{\sigma\tau\rho} = \alpha_\gamma \cdot r$

Αριθμός περιστροφών Ν

Σε 1 περιστροφή έχει διαγραφεί γωνία 2π rad.
Σε Ν περιστροφές έχει διαγραφεί γωνία Δθ.
Από τα παραπάνω εξάγεται ο τύπος: $N = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$

Φυσικά μεγέθη που απαιτούνται για την περιγραφή της περιστροφής στερεών σωμάτων	**Σύμβολο**	**Μονάδα Μέτρησης**
γωνία στροφής	Θ	rad
γωνιακή ταχύτητα	$\vec{\omega}$	rad/s
γωνιακή επιτάχυνση	$\vec{\alpha}_\gamma$	rad/s^2
αριθμός περιστροφών	N	

Κύλιση χωρίς ολίσθηση - Σχέση υ_{cm} και ω - Σχέση α_{cm} και $\alpha_{γων}$

Ένα στερεό που έχει την ικανότητα να κάνει σύνθετη κίνηση (μεταφορική και περιστροφική) ονομάζεται **ελεύθερο στερεό**. Ένα ελεύθερο στερεό δεν έχει σταθερό άξονα περιστροφής (ο άξονας περιστροφής εκτελεί μεταφορική κίνηση).

Η κίνηση τυχαίου υλικού σημείου Σ ενός ελεύθερου στερεού, μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία δύο κινήσεων:

- μιας <u>μεταφορικής κίνησης</u>, στην οποία το υλικό σημείο Σ έχει, κάθε στιγμή, την ίδια ταχύτητα με τη μεταφορική ταχύτητα του κέντρου μάζας $\vec{\upsilon}_{cm}$,
- μιας <u>στροφικής κίνησης</u> γύρω από τον άξονα περιστροφής, στην οποία, κάθε στιγμή, η ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης $\upsilon_{\sigma\tau\rho}$ εξαρτάται από την απόσταση από τον άξονα περιστροφής ($\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega \cdot r$):
  $\vec{\upsilon}_{(\Sigma)} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\sigma\tau\rho}$

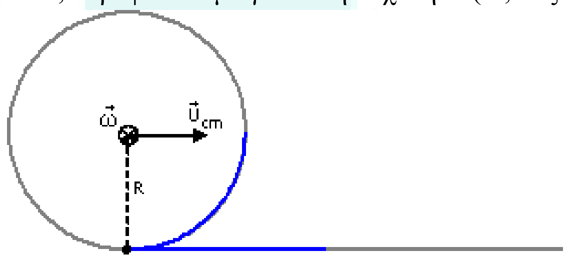
Μελέτη της κύλισης (χωρίς ολίσθηση) ενός ομογενούς τροχού

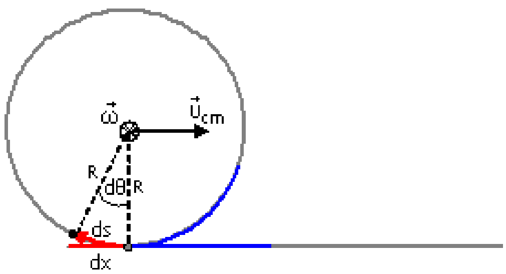
Κύλιση (χωρίς ολίσθηση) ονομάζεται η σύνθετη κίνηση που εκτελεί ένας τροχός (ή κύλινδρος, ή σφαίρα) πάνω στο δρόμο, όταν τα σημεία της περιφέρειας του τροχού έρχονται διαδοχικά σε επαφή με το δρόμο.

<u>Προσοχή:</u> Η φράση "διαδοχικά σε επαφή" σημαίνει ότι όλα τα σημεία της περιφέρειας του τροχού πατούν ένα – προς - ένα στα σημεία του δρόμου, χωρίς να υπάρχουν δύο σημεία της περιφέρειας του τροχού που να έχουν πατήσει στο ίδιο σημείο του δρόμου (σπινάρισμα του τροχού), αλλά ούτε δύο σημεία του δρόμου στα οποία να ακούμπησε το ίδιο σημείο της περιφέρειας του τροχού (ολίσθηση του τροχού).
Ως συνέπεια του ορισμού, η λέξη "κύλιση" περιέχει την έννοια "χωρίς ολίσθηση", αλλά έχει επικρατήσει να αναφέρεται όλο μαζί: "κύλιση χωρίς ολίσθηση", εννοώντας, φυσικά, απλά κύλιση.
Κατά την κύλιση ενός ομογενούς τροχού μεταξύ των μεταφορικών και γωνιακών μεγεθών ισχύουν οι εξισώσεις:

$$x_{cm}=\theta\cdot r \ , \qquad \upsilon_{cm}=\omega\cdot R \qquad , \qquad \alpha_{cm}=\alpha_{\gamma}\cdot R$$

<u>Αποδείξεις των παραπάνω σχέσεων:</u> Ο ομογενής τροχός ακτίνας R του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο έδαφος. Η μεταφορική ταχύτητα όλων των σημείων του τροχού είναι εκείνη του κέντρου μάζας του ($\vec{\upsilon}_{cm}$, προς τα δεξιά), ενώ όλα τα σημεία του, στρέφονται με γωνιακή ταχύτητα ($\vec{\omega}$, δεξιόστροφα).





Για να κυλίεται ο τροχός (χωρίς να ολισθαίνει), πρέπει το μήκος dx που καλύπτει μεταφερόμενος σε χρόνο dt να είναι ίσο με το τόξο ds που διαγράφει περιστρεφόμενος στον ίδιο χρόνο: dx = ds (=dθ·R)
Η σχέση dx = ds = dθ·R , που γράφηκε για το χρονικό διάστημα dt, γενικεύεται για ένα μεγαλύτερο χρονικό διάστημα ως εξής: $x_{cm} = \theta\cdot R$.
Από τη σχέση dx = ds = dθ·R , σε χρόνο dt, έχουμε: $dx = ds \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \upsilon_{\sigma\tau\rho} \Rightarrow (\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega\cdot R) \Rightarrow$

$$\upsilon_{cm} = \omega \cdot R$$

Δηλαδή, για να κυλίεται ο τροχός (χωρίς να ολισθαίνει), πρέπει, κάθε στιγμή, το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας υ_{cm} να είναι ίσο με το μέτρο της ταχύτητας λόγω στροφικής κίνησης $\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega \cdot R$ <u>των σημείων της περιφέρειας του τροχού</u>: $\upsilon_{cm} = \omega \cdot R$

Αν ο τροχός κυλίεται επιταχυνόμενος, θα ισχύει:

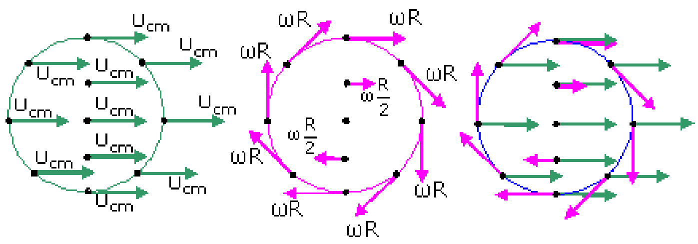
$$\upsilon_{cm} = \omega \cdot R \Rightarrow \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot R \Rightarrow \left(\alpha_{cm} = \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} \;,\quad \alpha_{\gamma} = \frac{d\omega}{dt}\right) \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma} \cdot R$$

Άρα: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma} \cdot R$

<u>Προσοχή:</u> Οι εξισώσεις $\upsilon_{\sigma\tau\rho} = \omega \cdot r$ και $\alpha_{\sigma\tau\rho} = \alpha_{\gamma} \cdot r$, με $0 \leq r \leq R$, που μελετήθηκαν κατά την περιστροφή ενός στερεού γύρω από έναν άξονα περιστροφής, είναι γενικές εξισώσεις και ισχύουν <u>για κάθε υλικό σημείο του στερεού</u> κάθε φορά που υπάρχει περιστροφή. Αντίθετα, οι εξισώσεις: $dx = ds$ ($= d\theta \cdot R$), $\upsilon_{cm} = \omega \cdot R$ και $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma} \cdot R$, είναι συνθήκες κύλισης και ισχύουν μόνο όταν το στερεό κυλίεται.

Εύρεση της ταχύτητας χαρακτηριστικών σημείων ενός τροχού που κυλίεται

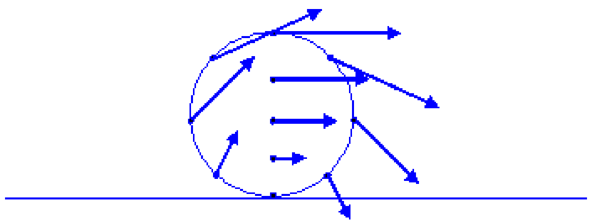
Ας μελετήσουμε τι συμβαίνει με τα μέτρα των ταχυτήτων διαφόρων σημείων του τροχού, όταν αυτός κυλίεται:



(α) (β) (γ)

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\sigma\tau\rho}$$

Σε αυτή την περίπτωση, η ταχύτητα λόγω μεταφοράς υ_{cm} είναι ίση με την ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης ωR <u>των σημείων της περιφέρειας του τροχού</u> ($\upsilon_{cm} = \omega \cdot R$). Το τελικό αποτέλεσμα φαίνεται στο σχήμα (δ):



(δ)

Παρατηρήστε ότι:

- Το ανώτερο σημείο του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου $2\upsilon_{cm}$.
- Το κατώτερο σημείο του τροχού είναι ακίνητο.
- Τα σημεία, που βρίσκονται στην κατακόρυφη διάμετρο του τροχού, έχουν ταχύτητες που αυξάνονται γραμμικά, από κάτω προς τα πάνω, μεταξύ των τιμών 0 και $2\upsilon_{cm}$.
- Για να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας οποιουδήποτε σημείου Σ του τροχού, εφαρμόζεται το γενικευμένο πυθαγόρειο θεώρημα:

$$\upsilon_{(\Sigma)} = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{\sigma\tau\rho}^2 + 2 \cdot \upsilon_{cm} \cdot \upsilon_{\sigma\tau\rho} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$$

όπου φ είναι η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων $\vec{\upsilon}_{cm}$ και $\vec{\upsilon}_{\sigma\tau\rho}$.

Τι σημαίνει η φράση "το κατώτερο σημείο του τροχού είναι ακίνητο";

Σε καμία περίπτωση δε σημαίνει ότι είναι και ο τροχός ακίνητος! Αυτό θα συνέβαινε αν το κατώτερο σημείο του τροχού ήταν μόνιμα το ίδιο. Εδώ, όμως, το ένα σημείο διαδέχεται το άλλο. Στην πραγματικότητα, η φράση αυτή σημαίνει ότι, όποιο σημείο βρεθεί να ακουμπά στο έδαφος, στιγμιαία ακινητοποιείται (και όλος ο υπόλοιπος τροχός περνά στιγμιαία από πάνω του!). Αν το κατώτερο σημείο είχε ταχύτητα, τότε:

- Αν η ταχύτητά του είχε την ίδια φορά με τη $\vec{v}_{cm}$, ο τροχός θα γλιστρούσε πάνω στο έδαφος (αυτό συμβαίνει όταν ένα αυτοκίνητο προσπαθεί να σταματήσει σε παγωμένο έδαφος).
- Αν η ταχύτητά του είχε αντίθετη φορά από την $\vec{v}_{cm}$, ο τροχός θα σπίναρε (αυτό συμβαίνει όταν ένα αυτοκίνητο προσπαθεί να επιταχυνθεί σε παγωμένο έδαφος).

Αξίζει να προσέξετε ότι στην κύλιση, αφού το κατώτερο σημείο είναι στιγμιαία ακίνητο, αν υπάρχει τριβή, θα είναι <u>στατική τριβή</u>.