

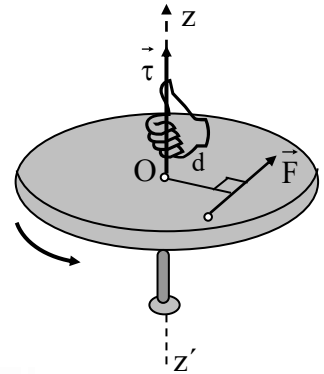
ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

Ροπή της δύναμης \vec{F} ως προς τον άξονα περιστροφής ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος $\vec{\tau}$ το οποίο έχει:

μέτρο το γινόμενο του μέτρου της δύναμης \vec{F} επί την απόσταση d του άξονα περιστροφής από τον φορέα της δύναμης: $\tau = Fd$

διεύθυνση τον άξονα περιστροφής

φορά που βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού (τη φορά του αντίχειρα όταν τα υπόλοιπα δάχτυλα δείχνουν τη φορά περιστροφής του σώματος αν στο σώμα ασκείται μόνο η \vec{F})



Μονάδα μέτρησης της ροπής δύναμης είναι το $1 \text{ N}\cdot\text{m}$

Ροπή της δύναμης \vec{F} ως προς ένα σημείο O ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος $\vec{\tau}$ το οποίο έχει:

μέτρο $\tau = Fd$, d η απόσταση O από τον φορέα της δύναμης

διεύθυνση που περνά από το O και είναι κάθετη στο επίπεδο το οποίο ορίζεται από το σημείο O και τη διεύθυνση της δύναμης \vec{F} .

φορά που βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Δύο αντίρροπες δυνάμεις με μέτρα ίσα που στρέφουν ένα σώμα κατά την ίδια φορά αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.

Η **ροπή ζεύγους** δυνάμεων ορίζεται ως το διανυσματικό μέγεθος που έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των δυνάμεων, φορά που βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού και μέτρο: $\tau = Fd$, όπου F το μέτρο των δυνάμεων και d η απόσταση των φορέων τους.

Πράγματι, η συνολική ροπή των δυνάμεων \vec{F}_1 και \vec{F}_2 του σχήματος, που αποτελούν ζεύγος δυνάμεων, ως προς ένα τυχαίο σημείο O του επιπέδου τους έχει αλγεβρική τιμή:

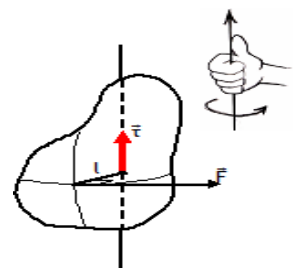
$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 + F_2 d_2 \Rightarrow \tau = F_1 (d_1 + d_2) \Rightarrow \tau = F_1 d$$

Η ροπή του ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους, είτε αυτό βρίσκεται μεταξύ των δυνάμεων είτε βρίσκεται έξω από αυτές.

Η ροπή δύναμης μπορεί να ορισθεί είτε για στερεό που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είτε για ελεύθερο στερεό (χωρίς σταθερό άξονα περιστροφής).

Ροπή της δύναμης \vec{F} ως προς τον άξονα περιστροφής

- Η φυσική της σημασία είναι ότι προσδιορίζει τη στροφική κίνηση ενός στερεού (γωνιακή επιτάχυνση) ως προς σταθερό άξονα.
- είναι διανυσματικό μέγεθος
- έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και η φορά της δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού
- έχει μονάδα μέτρησης στο SI: $1 \text{ N}\cdot\text{m}$



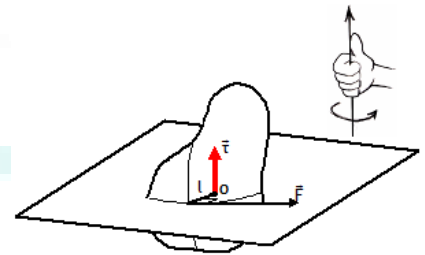
- έχει μέτρο: $\tau = F \cdot \ell$
 όπου: τ : μέτρο της ροπής δύναμης (N·m)
 F : μέτρο της δύναμης (N)
 ℓ : κάθετη απόσταση (μοχλοβραχίονας) της δύναμης από τον άξονα περιστροφής (m)

Ειδικές Περιπτώσεις:

- Αν ο φορέας της δύναμης περνά από τον άξονα περιστροφής, τότε η ροπή της δύναμης είναι μηδέν (η δύναμη δεν μπορεί να περιστρέψει).
- Αν η δύναμη \vec{F} δε βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής, η ροπή της είναι ίση με τη ροπή που δημιουργεί η συνιστώσα της που βρίσκεται πάνω στο κάθετο επίπεδο.

Ροπή της δύναμης \vec{F} ως προς σημείο O

- Η φυσική της σημασία είναι ότι προσδιορίζει τη στροφική κίνηση ενός ελεύθερου στερεού (γωνιακή επιτάχυνση).
- είναι διανυσματικό μέγεθος.
- έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από την \vec{F} και το σημείο O και η φορά της δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.
- έχει μονάδα μέτρησης στο SI: 1 N·m .
- έχει μέτρο: $\tau = F \cdot \ell$
 όπου: τ : μέτρο της ροπής δύναμης (N·m)
 F : μέτρο της δύναμης (N)
 ℓ : απόσταση του φορέα της δύναμης από το σημείο O (m)



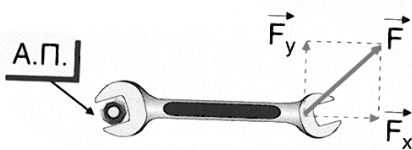
Ειδικές Περιπτώσεις:

- Αν σ' ένα ελεύθερο στερεό ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του, η ροπή δύναμης είναι μηδέν και το στερεό δε στρέφεται.
- Αν σ' ένα ελεύθερο στερεό ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της δε διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το στερεό θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση: μεταφορική και στροφική γύρω από έναν νοητό (ελεύθερο) άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζεται από τη δύναμη και το κέντρο μάζας του στερεού.
- Αν ένα στερεό είναι ελεύθερο, η δύναμη του βάρους δε μπορεί να το περιστρέψει, διότι ο φορέας της περνά από το κέντρο μάζας του στερεού και η ροπή βάρους είναι μηδέν (η δύναμη ασκείται στο κέντρο μάζας).

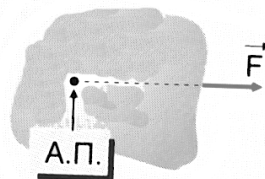
ΕΜΒΑΘΥΝΣΗ ΣΤΗ ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

1. Μια δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα δε δημιουργεί ροπή όταν:

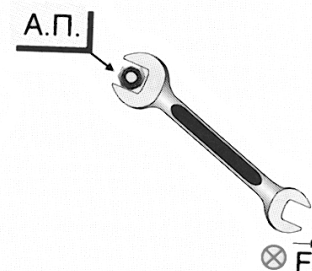
- Ο φορέας της δύναμης (γραμμή δράσης) διέρχεται από τον άξονα περιστροφής (σχήματα (α) και (β)).
- Η δύναμη στο ίδιο επίπεδο με τον άξονα περιστροφής (σχήμα (γ)).



Σχήμα (α): $\tau_{F_x} = 0$



Σχήμα (β): $\tau_F = 0$



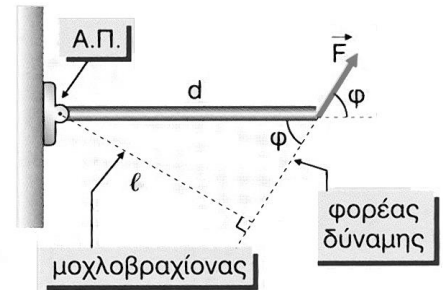
Σχήμα (γ): $\tau_F = 0$

2. Αν η δύναμη δεν βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής:

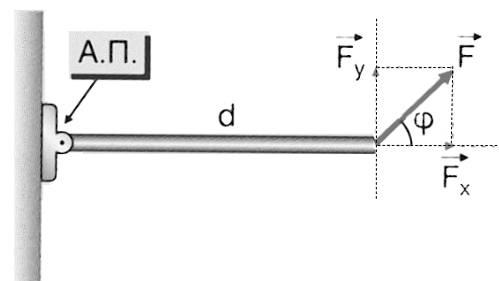
Η ροπή είναι ίση με τη ροπή την οποία δημιουργεί η συνιστώσα της που βρίσκεται στο κάθετο επίπεδο: $\tau = F_{\perp} \ell$

3. Αν η δύναμη βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο προς τον άξονα περιστροφής θα υπολογίζουμε τη ροπή ως εξής:

- Δημιουργούμε τη γραμμή δράσης της δύναμης, προεκτείνοντας νοητά τη δύναμη κατά μήκος του φορέα της.
- Φέρνουμε την κάθετη απόσταση από τον άξονα περιστροφής προς το φορέα της δύναμης.
- Υπολογίζουμε την κάθετη απόσταση ℓ του φορέα της δύναμης από τον άξονα περιστροφής (μοχλοβραχίονας)
- Το μέτρο της ροπής της δύναμης είναι $\tau = F\ell \Rightarrow \tau = F(d\eta\mu\phi)$.
- Χρησιμοποιούμε τη σύμβαση για το πρόσημο της αλγεβρικής τιμής της ροπής.

**Εναλλακτικά μπορούμε να εργαστούμε ως εξής:**

- Αναλύουμε τη δύναμη σε δυο συνιστώσες, από τις οποίες η μία διέρχεται από τον άξονα περιστροφής, οπότε δε δημιουργεί ροπή ($\tau_{F_x} = 0$).
- Η άλλη συνιστώσα είναι κάθετη στον άξονα περιστροφής και δημιουργεί ροπή $\tau = F_y d \Rightarrow \tau = (F\eta\mu\phi)d$



(Ο μοχλοβραχίονας της F_y είναι το μήκος d της ράβδου).

4. Η ολική ροπή την οποία δέχεται ένα στερεό σώμα εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής του σώματος.

Έτσι, δεν μπορούμε να απαντήσουμε σε σχέση με τη ροπή που δημιουργεί μία δύναμη αν δεν γνωρίζουμε τον άξονα (ή το σημείο) ως προς τον οποίο περιστρέφεται το σώμα.

Συνολική ροπή

Η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής που δέχεται ένα στερεό ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους ροπών: $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots$

Στο στερεό του σχήματος ασκούνται οι δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 .

Κατά σύμβαση θεωρούμε θετική τη ροπή της δύναμης που τείνει να περιστρέψει το στερεό αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού, όπως φαίνεται στο σχήμα.

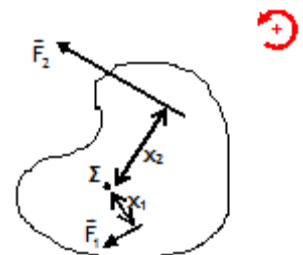
Οι αλγεβρικές τιμές των αντίστοιχων ροπών είναι:

$$\tau_1 = -F_1 \cdot x_1$$

$$\tau_2 = +F_2 \cdot x_2$$

Η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής είναι:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = -F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2$$



Ροπή ζεύγους δυνάμεων

Όταν σ' ένα στερεό ασκούνται δύο αντίθετες δυνάμεις (αντίρροπες δυνάμεις με ίσα μέτρα), αυτές οι δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.

Πώς βρίσκουμε τη ροπή ζεύγους δυνάμεων;

- Η ροπή $\vec{\tau}$ ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο: $\tau = F \cdot d$
Όπου τ η αλγεβρική τιμή της ροπής του ζεύγους δυνάμεων, F το μέτρο μιας από αυτές τις δυνάμεις και d η απόσταση των φορέων τους.

Απόδειξη:

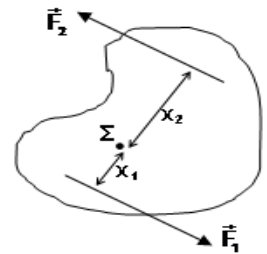
Στο στερεό του σχήματος ασκείται ζεύγος δυνάμεων:

Η αλγεβρική τιμή της ροπής του ζεύγους δυνάμεων ως προς το τυχαίο σημείο Σ που απέχει απόσταση x_1 από την \vec{F}_1 και απόσταση x_2 από την \vec{F}_2 , υπολογίζεται ως εξής:

$$\Sigma\tau = F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2$$

$$\Rightarrow \Sigma\tau = F \cdot (x_1 + x_2)$$

$$\Rightarrow \Sigma\tau = F \cdot d$$



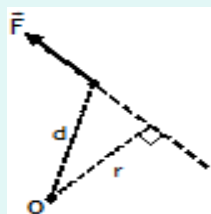
Τρόποι υπολογισμού ροπής δύναμης

Η ροπή μιας δύναμης μπορεί να υπολογιστεί με δύο τρόπους:

α) με χρήση του μοχλοβραχίονα:

Σε αυτή την περίπτωση:

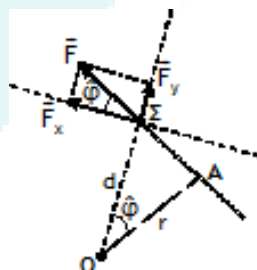
$$\tau = F \cdot r$$



β) με ανάλυση της δύναμης σε συνιστώσες:

Σε αυτή την περίπτωση:

$$\tau = F_x \cdot d$$



Οι δύο περιπτώσεις είναι ισοδύναμες:

$$\tau = F_x \cdot d = F \cdot \sin\phi \cdot d = F \cdot \frac{r}{d} \cdot d = F \cdot r$$