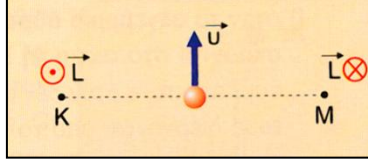


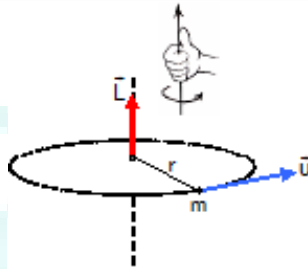
ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

Το μέτρο και η κατεύθυνση της στροφορμής ενός υλικού σημείου εξαρτώνται από τον άξονα περιστροφής τον οποίο επιλέγουμε.

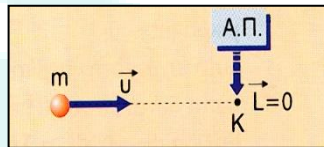
Η στροφορμή του σφαιριδίου του σχήματος έχει το ίδιο μέτρο ως προς άξονες περιστροφής που διέρχονται από τα σημεία Κ και Μ (αφού ισαπέχει από αυτά), αλλά διαφορετικές κατευθύνσεις (κανόνας δεξιού χεριού):



Έχει διεύθυνση αυτή του άξονα και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού, όπως στο σχήμα:

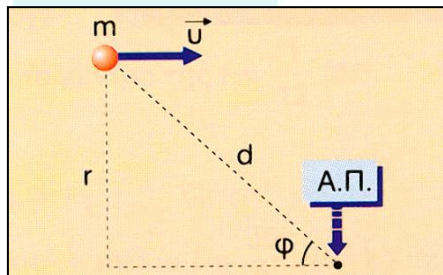


Αν ο φορέας της ταχύτητας διέρχεται από τον άξονα περιστροφής, η στροφορμή του υλικού σημείου είναι μηδενική:



Γενικά, η στροφορμή ενός υλικού σημείου ισούται με το γινόμενο της ορμής του σημείου επί την κάθετη απόστασή του από τον άξονα περιστροφής:

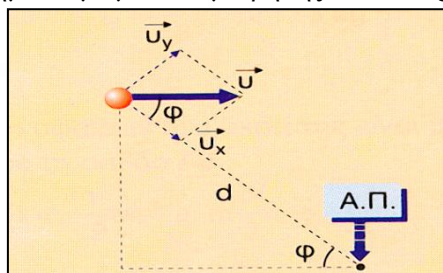
$$\mathbf{L} = m\mathbf{v}r = m\mathbf{v}(d\sin\phi)$$



Ή διαφορετικά, από το γινόμενο της συνιστώσας της ορμής του σώματος στη διεύθυνση που είναι κάθετη στην απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής επί την απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής:

$$\mathbf{L} = m\mathbf{v}_y d = m(\mathbf{v}\sin\phi)d$$

L: μέτρο της στροφορμής του υλικού σημείου με μονάδα μέτρησης στο SI: $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$



ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ ΣΩΜΑΤΟΣ Ή ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΩΜΑΤΩΝ

Ορίζουμε ως στροφορμή \vec{L} συστήματος σωμάτων το διανυσματικό μέγεθος που:

- είναι το διανυσματικό άθροισμα των στροφορμών των σωμάτων που το αποτελούν:

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots$$

Σπιν

Σπιν ονομάζεται η στροφορμή που σχετίζεται με την περιστροφική κίνηση ενός σώματος γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του.

Παραδείγματα

- η Γη έχει σπιν καθώς περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της.
- τα στοιχειώδη σωματίδια (πρωτόνια, νετρόνια, ηλεκτρόνια) έχουν σπιν $\hbar/2$, όπου $\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ (θεμελιώδης ποσότητα στροφορμής)

1. Μεταβολή της στροφορμής έχουμε:

i) Όταν μεταβάλλεται το μέτρο της.

ii) Όταν μεταβάλλεται η κατεύθυνσή της. Αυτό μπορεί να συμβεί στην περίπτωση που μεταβάλλεται το επίπεδο περιστροφής του σώματος.

2. Η στροφορμή διατηρείται σταθερή

i) Όταν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα (ή στα σώματα του συστήματος) είναι μηδενικό. Αυτό συμβαίνει είτε όταν δεν ασκούνται δυνάμεις είτε όταν ασκούνται και οι φορείς τους διέρχονται από το κέντρο της τροχιάς ή είναι κάθετοι στο επίπεδο της τροχιάς οπότε δε δημιουργούν ροπή.

ii) Όταν το χρονικό διάστημα κατά το οποίο διαρκεί ένα φαινόμενο είναι πολύ μικρό ($dt \rightarrow 0$).

Αυτό ισχύει στην περίπτωση κρούσης ενός σώματος με ένα άλλο το οποίο έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται περί άξονα.

Επειδή $dt \rightarrow 0$: $dL = \Sigma \tau_{εξ} \cdot dt \rightarrow 0$ οπότε $L = \text{σταθ.}$

Γενικότερη διατύπωση του Θεμελιώδους Νόμου της Στροφορμής Κίνησης

Από τη σχέση $L = I \cdot \omega$ που ισχύει για ένα στερεό, προκύπτει:

$$L = I \cdot \omega \Rightarrow dL = I \cdot d\omega \Rightarrow \frac{dL}{dt} = I \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \frac{dL}{dt} = I \cdot a_\gamma \Rightarrow \Sigma \tau = \frac{dL}{dt}$$

- Η παραπάνω σχέση είναι για τη στροφορμική κίνηση το ανάλογο του 2^{ου} Νόμου Newton στη μεταφορική κίνηση.
- Ο νόμος αυτός ισχύει και σε σύστημα σωμάτων. Σε σύστημα σωμάτων το αλγεβρικό άθροισμα των εσωτερικών ροπών είναι μηδέν, επειδή για τις εσωτερικές δυνάμεις λόγω του τρίτου νόμου του Νεύτωνα ανά δύο οι εσωτερικές δυνάμεις είναι ίσες και έχουν αντίθετη φορά ($\Sigma \tau_{εσ} = 0$). Θα ισχύει $\Sigma \tau = \Sigma \tau_{εξ}$ και η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή:

$$\Sigma \tau_{εξ} = \frac{dL}{dt}.$$

Επομένως:

Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν σε ένα στερεό σώμα (ή σύστημα σωμάτων) που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.

Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής

Αν σε ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται ροπές ή η συνισταμένη τους είναι μηδέν ($\Sigma \tau = 0$), τότε:

$$\Sigma \tau = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = \text{σταθ.}$$

δηλαδή, η στροφορμή παραμένει σταθερή.

Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής και αλλαγή της ροπής αδράνειας

Αν σε ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται ροπές ή η συνισταμένη τους είναι μηδέν και λόγω εσωτερικών δυνάμεων υπάρξει ανακατανομή μάζας ενός στερεού, τότε μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, αλλά η στροφορμή του διατηρείται:

$$L_{ολ}=L'_{ολ} \Rightarrow I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

Ανακατανομή της μάζας μπορεί να συμβεί αν μεταβληθούν οι αποστάσεις των στοιχειωδών μαζών που αποτελούν το στερεό, από τον άξονα περιστροφής του (αν αλλάξει το σχήμα του στερεού).

Ως αποτέλεσμα, το άθροισμα $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$ μεταβάλλεται.

Εφαρμογές της Αρχής Διατήρησης της Στροφορμής

Περιστροφή της Γης γύρω από τον εαυτό της

Η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο περνά από το κέντρο μάζας της. Επομένως, η δύναμη αυτή, δεν μπορεί να προκαλέσει ροπή.

$$\text{Άρα:} \quad \Sigma \tau = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = \text{σταθ.} \Rightarrow I \cdot \omega = \text{σταθ.} \Rightarrow \omega = \text{σταθ.}$$

Άρα, η χρονική διάρκεια περιστροφής της Γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή (24 h).

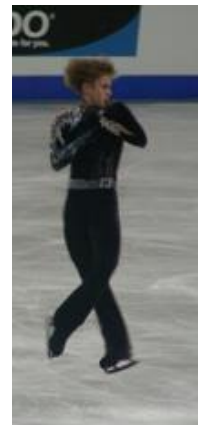
Αθλητής καλλιτεχνικού πατινάζ

Όταν ένας χορευτής καλλιτεχνικού πατινάζ, που περιστρέφεται, θέλει να περιστραφεί γρηγορότερα, συμπύσσει τα χέρια του (μειώνεται η ροπή αδράνειας λόγω εσωτερικών δυνάμεων). Επειδή οι εξωτερικές δυνάμεις δε δημιουργούν αξιοσημείωτες ροπές, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η στροφορμή διατηρείται.

$$\text{Άρα:} \quad I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \omega_1$$

Επειδή η σύμπτυξη των χεριών μειώνει τη ροπή αδράνειας του χορευτή έχουμε: $I_2 < I_1$

Επομένως: $\omega_2 > \omega_1$



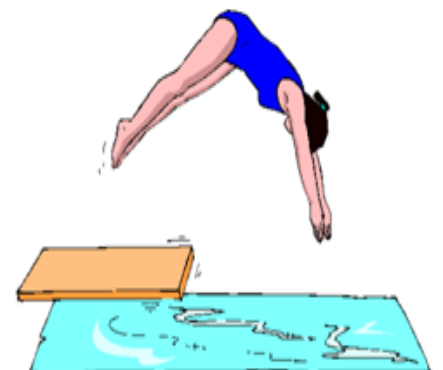
Ακροβάτες και καταδύτες

Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή μειώνει τη ροπή αδράνειάς του και έτσι αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του. Επειδή η μόνη εξωτερική δύναμη είναι το βάρος, το οποίο δε δημιουργεί ροπή, αφού διέρχεται από το κέντρο μάζας, η στροφορμή διατηρείται.

$$\text{Άρα:} \quad I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \omega_1$$

Επειδή: $I_2 < I_1$

Επομένως: $\omega_2 > \omega_1$



Αστέρες Νετρονίων (Pulsars)

Απομονωμένα άστρα, στα οποία εξαντλείται η ενέργεια τους και συρρικνώνονται λόγω βαρύτητας, μειώνουν δραματικά τη ροπή αδράνειάς τους με αντίστοιχη αύξηση της συχνότητας περιστροφής (οι ασκούμενες δυνάμεις είναι εσωτερικές, επομένως διατηρείται η στροφορμή τους).

Και πάλι ισχύει: $I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \omega_1 \Rightarrow 2\pi f_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot 2\pi f_1 \Rightarrow f_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot f_1$

Και επειδή: $I_2 < I_1$

Έχουμε: $f_2 > f_1$

Υπολογίζεται ότι ένας αστέρας νετρονίων περιστρέφεται με συχνότητα 3000 στροφές το δευτερόλεπτο (για σύγκριση, η περίοδος περιστροφής του Ήλιου είναι 25 ημέρες).

