ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Αν ένα σύστημα σωμάτων εκτελεί ταλάντωση χωρίς την παρεμβολή εξωτερικής δύναμης, τότε λέμε ότι εκτελεί **ελεύθερη ταλάντωση**.

Η συχνότητα, με την οποία το σύστημα ταλαντώνεται ελεύθερα, ονομάζεται **ιδιοσυχνότητα** $\mathbf{f_0}$ του συστήματος.

Φθίνουσα ταλάντωση είναι η ταλάντωση που κάνει ένα σώμα κατά την οποία το πλάτος της συνεχώς ελαττώνεται. Επίσης ελαττώνεται συνεχώς και η ενέργεια του συστήματος.

Μια περίπτωση φθίνουσας ταλάντωσης, η οποία πειραματικά μπορεί να μελετηθεί, είναι αυτή κατά την οποία η δύναμη απόσβεσης F είναι ανάλογη προς την ταχύτητα υ. Δηλαδή ισχύει:

$$F = -b\upsilon$$

όπου b είναι η **σταθερά απόσβεσης**, η οποία εξαρτάται από τη φύση (ιξώδες) του ρευστού μέσα στο οποίο γίνεται η ταλάντωση και το ταλαντούμενο σώμα (σχήμα, ανωμαλίες στην επιφάνειας του κ.λ.π.).

Δυνάμεις αυτής της μορφής παρατηρούνται κατά την κίνηση αντικειμένων μέσα στον αέρα ή σε υγρό.

Από τη μελέτη της παραπάνω περίπτωσης προκύπτει ότι:

i) Η περίοδος T της ταλάντωσης είναι σταθερή και εξαρτάται από τα σταθερά χαρακτηριστικά του ταλαντούμενου συστήματος (όπως D, m) και τη σταθερά b. Όσο μεγαλύτερη είναι η σταθερά b, τόσο μεγαλύτερη είναι η περίοδος.

ii) Το πλάτος της ταλάντωσης είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου.

iii) Ο ρυθμός με τον οποίο ελαττώνεται το πλάτος της ταλάντωσης είναι τόσο μεγαλύτερος, όσο μεγαλύτερη είναι η σταθερά απόσβεσης b.

iv) Για μεγάλες τιμές της σταθεράς b η κίνηση γίνεται απεριοδική (π.χ. εκκρεμές μέσα σε μέλι).

Αποδεικνύεται ότι τα πλάτη A_0, A_1, A_2, A_3κ.λ.π. αποτελούν όρους φθίνουσας γεωμετρικής προόδου με σταθερό λόγο Κ. Δηλαδή ισχύει:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \ldots = \frac{A_n}{A_{n+1}} = K$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{A_0 e^{-\Lambda t}}{A_0 e^{-\Lambda(t+T)}} = \frac{e^{-\Lambda t}}{e^{-\Lambda t - \Lambda T}} = \frac{e^{-\Lambda t}}{e^{-\Lambda t}\cdot e^{-\Lambda T}} = \frac{1}{e^{-\Lambda T}} = e^{\Lambda T} = \underset{\downarrow}{K} \text{ σταθερά}$$

Το πλάτος A_n της παραπάνω φθίνουσας ταλάντωσης είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου και αποδεικνύεται ότι για τις χρονικές στιγμές $t = nT(n = 1,2,3...,)$, από τη στιγμή που το πλάτος είναι A_0, και μετά, δίνεται από τη σχέση:

$$A_n = A_0 e^{-\Lambda t} \qquad (1)$$

όπου Λ είναι μια σταθερά που εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης b και τη μάζα m του σώματος που εκτελεί ταλάντωση (Λ = b/2m). Μονάδα μέτρησης στο SI: s^{-1}.

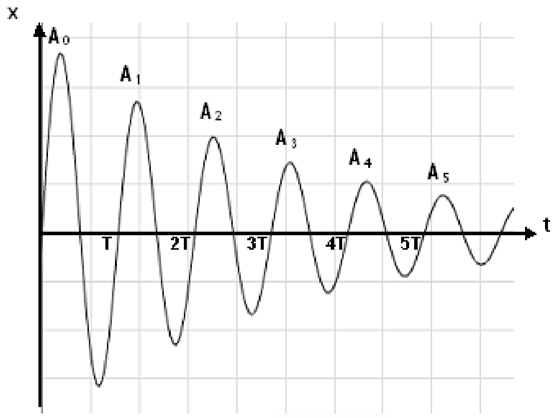
v) Η ενέργεια μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο, επειδή μεταφέρεται ενέργεια από το σύστημα στο περιβάλλον, μέσω του έργου της δύναμης που αντιτίθεται στην κίνηση

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

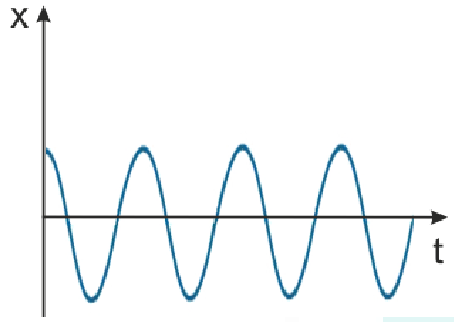
- Τα καλά αμορτισέρ αυτοκινήτων εκτελούν φθίνουσα ταλάντωση με μεγάλο b.
- Σε ένα εκκρεμές ρολόι επιδιώκεται ελαχιστοποίηση της απόσβεσης.

Ιδιότητες:

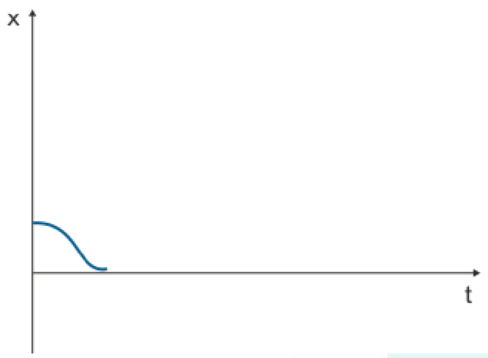
α) Κλασική γραφική παράσταση περιγραφής φθίνουσας ταλάντωσης



β) ΠΡΟΣΟΧΗ :Για ορισμένη τιμή της σταθεράς b, η περιόδος παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη από το πλάτος.
Γραφική παράσταση x-t στην ΑΑΤ:



γ) Όταν η σταθερά b παίρνει πολύ μεγάλες τιμές, η κίνηση γίνεται απεριοδική.
Γραφική παράσταση x-t απεριοδικής κίνησης:



Τα φυσικά μεγέθη της φθίνουσας ταλάντωσης	**Σύμβολο**	**Μονάδα Μέτρησης**
αρχικό πλάτος φθίνουσας ταλάντωσης	A_o	m
πλάτος φθίνουσας ταλάντωσης μετά από Ν ταλαντώσεις	A_N	m
σταθερά φθίνουσας ταλάντωσης	Λ	s^{-1}
αρχική ενέργεια φθίνουσας ταλάντωσης	E_o	J
ενέργεια φθίνουσας ταλάντωσης μετά από Ν ταλαντώσεις	E_N	J
σταθερά απόσβεσης	b	kg/s

Το τυπολόγιο της φθίνουσας ταλάντωσης	
αντιτιθέμενη δύναμη	$F' = -bu$
εκθετική μείωση πλάτους	$A = A_0 e^{-\Lambda t}$
λόγος διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση	$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots =$ σταθ.
ενέργεια ταλάντωσης μετά από Ν ταλαντώσεις	$E_N = \frac{1}{2} D A_N^2 = E_0 e^{-2\Lambda t}$
ποσοστιαία μεταβολή του τυχαίου μεγέθους Μ	ΔM % $= \left(\frac{M_{\tau\epsilon\lambda}}{M_{\alpha\rho\chi}} - 1\right) \cdot 100$ %

Ιδιότητες Λογαρίθμων	
$ln1 = 0$	$lne^{\beta} = \beta$
$lne = 1$	$e^{lna} = a$
$ln\left(a \cdot \beta\right) = lna + ln\beta$	$lna^{\beta} = \beta lna$
$ln\frac{a}{\beta} = lna - ln\beta$	$e^{-\beta lna} = e^{lna^{-\beta}} = a^{-\beta} = \frac{1}{a^{\beta}}$