

## ΒΑΣΙΚΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

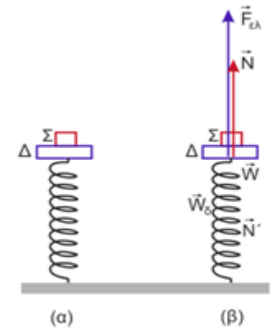
### Από τη Φυσική της Α' Λυκείου

#### Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις σε σύστημα σωμάτων

Ας θεωρήσουμε ως εξεταζόμενο σύστημα το σύστημα δίσκος  $\Delta$  - σώμα  $\Sigma$  (σχήμα α). Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι: Το βάρος σώματος  $\vec{w}$  που ασκείται από τη Γη στο σώμα, το βάρος του δίσκου  $\vec{w}_\delta$  που ασκείται από τη Γη στο δίσκο, η δύναμη  $\vec{F}_{ελ}$  που ασκείται από το ελατήριο στο σώμα, η δύναμη επαφής  $\vec{N}$  που ασκείται από το δίσκο στο σώμα και η δύναμη επαφής  $\vec{N}'$  που ασκείται από το σώμα στο δίσκο.

Από αυτές τις δυνάμεις, οι δύο τελευταίες ασκούνται ανάμεσα σε σώματα (δίσκος, σώμα) του συστήματος. Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται **εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος**.

Οι τρεις πρώτες δυνάμεις ασκούνται από σώμα εκτός συστήματος (Γη, ελατήριο) σε σώμα που ανήκει στο σύστημα. Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται **εξωτερικές**.



#### Σχόλια:

1. Με βάση τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα (δράση - αντίδραση), η συνισταμένη δύναμη των εσωτερικών δυνάμεων ενός συστήματος σωμάτων είναι ίση με το μηδέν,  $\Sigma \vec{F}_{εσ} = 0$ .
2. Μια δύναμη μπορεί να είναι εσωτερική για κάποιο σύστημα και εξωτερική για κάποιο άλλο.
3. Λόγω της παρατήρησης (1) ένα σύστημα είναι μονωμένο ( $\Sigma \vec{N} = 0$ ) όταν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι ίση με μηδέν:  $\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0$ .

#### **Δεύτερος νόμος Νεύτωνα, $\vec{F}_{ολ} = m \cdot \vec{a}$ και $\vec{F}_{ολ} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$**

Αποδεικνύεται πειραματικά ότι: Η επιτάχυνση  $\vec{a}$  ενός σώματος (όταν αυτό θεωρείται σημειακό αντικείμενο) έχει την ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}_{ολ}$  που ασκείται σε αυτό, και μέτρο ανάλογο με τη δύναμη  $\vec{F}_{ολ}$  και αντιστρόφως ανάλογο με τη μάζα  $m$  του σώματος. Δηλαδή  $\vec{F}_{ολ} = m \cdot \vec{a}$ .

#### **Ορμή, διανυσματικά χαρακτηριστικά**

Έχει διαπιστωθεί ότι το γινόμενο μάζα  $\times$  ταχύτητα ( $m \cdot \vec{u}$ ), ενός σώματος, που κάνει μεταφορική κίνηση, έχει ιδιαίτερη σημασία διότι αφενός αποτελεί ένα μέτρο της κινητικής κατάστασης του σώματος και αφετέρου το άθροισμα των γινομένων  $m \cdot \vec{u}$  ενός απομονωμένου συστήματος σωμάτων, διατηρείται σταθερό.

Το γινόμενο  $m \cdot \vec{u}$  είναι διανυσματικό μέγεθος, έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας και ονομάζεται ορμή  $\vec{p}$  του σώματος. Δηλαδή  $\vec{p} = m \cdot \vec{u}$ . Μονάδα ορμής στο SI είναι το  $1 \text{Kg m/s}$ .

Μεταβολή της ορμής έχουμε όταν μεταβάλλεται το διάνυσμα της ταχύτητας ενός σώματος (δηλαδή υπάρχει επιτάχυνση), αλλά και όταν μεταβάλλεται η μάζα του ή και τα δύο. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος  $\left(\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}\right)$  είναι η συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}_{ολ}$  που ασκείται στο σώμα. Δηλαδή  $\vec{F}_{ολ} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ .

#### **Αρχή διατήρησης της ορμής**

Έχει διαπιστωθεί ότι αν σε ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή ασκούνται και η συνισταμένη τους είναι μηδέν, τότε η ολική ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.

Δηλαδή  $\vec{p}_{ολ} = \text{σταθ}$ .

Ένα τέτοιο σύστημα σωμάτων ονομάζεται απομονωμένο.

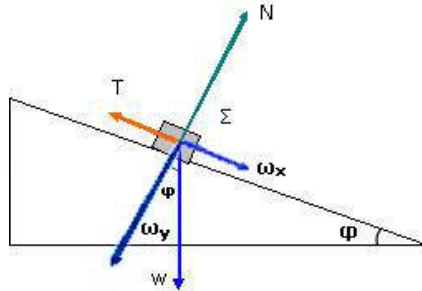
Η αρχή αυτή εφαρμόζεται και στις περιπτώσεις που έχουμε αλληλεπίδραση σωμάτων πάρα πολύ μικρής διάρκειας, όπως συμβαίνει στις κρούσεις.

### Στατική τριβή και τριβή ολίσθησης

Οι ατέλειες (μικροσκοπικές εσοχές κα εξοχές) των επιφανειών, για παράδειγμα δυο σωμάτων που είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο, εμποδίζουν την ελεύθερη σχετική τους κίνηση.

Η δύναμη που οφείλεται στην αλληλοεμπλοκή των ανωμαλιών της κοινής επιφάνειας των σωμάτων, γενικά ονομάζεται τριβή.

Όταν δεν υπάρχει σχετική κίνηση (τα σώματα ισορροπούν το ένα σε σχέση με το άλλο) η δύναμη ονομάζεται στατική τριβή. Έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της ενδεχόμενης σχετικής κίνησης κάθε σώματος και το μέτρο της υπολογίζεται από τη συνθήκη ισορροπίας του ενός σώματος, επομένως δεν έχει σταθερή τιμή.



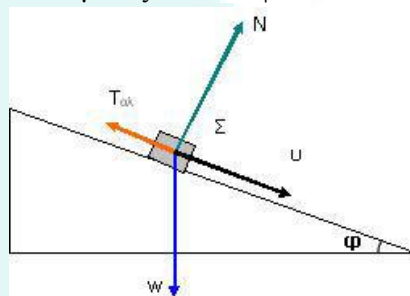
Εικόνα 1. Το σώμα Σ ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο

Αν το σώμα Σ ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, ισχύει  $T = m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi$  όπου  $\varphi$  είναι η γωνία του κεκλιμένου. (Εικόνα 1)

Όταν υπάρχει ολίσθηση (το ένα σώμα κινείται σε σχέση με το άλλο) η δύναμη ονομάζεται τριβή ολίσθησης ή κινητική τριβή. Έχει κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας κίνησης του σώματος και μέτρο που δίνεται από τη σχέση  $T_{ολ} = \mu \cdot N$ , όπου:

$\mu$ : είναι ένας παράγοντας που εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που είναι σε επαφή και ονομάζεται συντελεστής τριβής ολίσθησης

$N$ : είναι η δύναμη που ασκείται κάθετα μεταξύ των επιφανειών που είναι σε επαφή



Εικόνα 2. Το σώμα Σ ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο

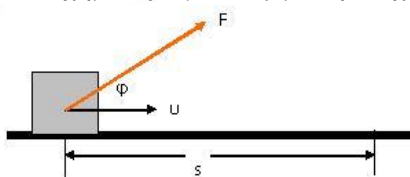
Αν το σώμα ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο, τότε ισχύει  $T_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi$  (Εικόνα 2).

Η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα και από το εμβαδόν της κοινής επιφάνειας των σωμάτων (μέσα σε ορισμένα πλαίσια ταχυτήτων και επιφανειών) και έχει στατιστικά σταθερή τιμή.

### Έργο σταθερής και μεταβλητής δύναμης

Έργο σταθερής δύναμης που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της σε ευθεία γραμμή.

Στο σώμα ασκείται η σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  που σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την ταχύτητα.



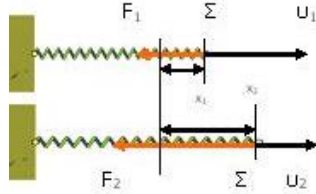
Εικόνα 3. Το σώμα μετατοπίζεται κατά  $s$  πάνω στο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της δύναμης  $F$

Ονομάζουμε έργο  $W$  της δύναμης  $F$  για μετατόπιση κατά  $s$ , το γινόμενο  $F \cdot s \cdot \cos\varphi$ , δηλαδή  $W = F \cdot s \cdot \cos\varphi$ . (Εικόνα 3)

Το έργο είναι μονόμετρο μέγεθος και η μονάδα στο SI είναι το 1 Joule (1 J).

Το έργο δύναμης εκφράζει την ενέργεια που μεταβιβάζεται με τη δύναμη  $F$ . Μπορεί να είναι θετικό ( $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ ), αρνητικό ( $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ ) ή μηδέν ( $\varphi = 90^\circ$ ).

Έργο δύναμης σταθερής διεύθυνσης αλλά μεταβλητού μέτρου που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της σε ευθεία γραμμή



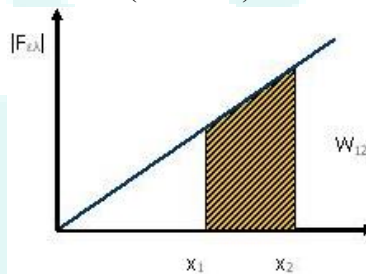
Εικόνα 4. Το μέτρο της δύναμης  $F$  μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της μετατόπισης

Στην Εικόνα 4, φαίνεται να μετατοπίζεται προς τα δεξιά το ελεύθερο άκρο  $\Sigma$ , του ελατηρίου. Είναι γνωστό (νόμος Hooke) ότι δύναμη του ελατηρίου μεταβάλλεται κατά τη μετατόπιση από τη θέση  $x_1$  στη θέση  $x_2$ .

Για τον υπολογισμό του έργου της μεταβλητής κατά μέτρο δύναμης, θεωρούμε σταθερό το μέτρο της για μια μικρή μετατόπιση  $\Delta x$  και έχουμε  $\Delta W = -F_{ελ} \cdot \Delta x$ .

Για τη μετατόπιση από τη θέση  $x_1$  στη θέση  $x_2$  θα είναι  $W_{1 \rightarrow 2} = \Sigma \Delta W = \Sigma F \cdot \Delta x$

Το προηγούμενο άθροισμα υπολογίζεται από το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται μεταξύ της γραφικής παράστασης  $F(x)$  και του άξονα  $x$ , μεταξύ των θέσεων  $x_1$  και  $x_2$ . (Εικόνα 5)



Εικόνα 5. Το έργο της δύναμης  $F$  υπολογίζεται από το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας

### Κινητική και βαρυτική δυναμική ενέργεια. Δυναμική ενέργεια παραμορφωμένου ελατηρίου

Ένα σώμα μάζας  $m$  που κάνει μεταφορική κίνηση με ταχύτητα  $v$  ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς, έχει κινητική ενέργεια  $K$  (στο ίδιο σύστημα αναφοράς) που υπολογίζεται από τη σχέση  $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ .

Ένα σώμα μάζας  $m$  (σημειακό αντικείμενο) μέσα στο βαρυτικό πεδίο της  $Gης$ , έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια  $U$  που υπολογίζεται από τη σχέση  $U_{βαρ} = m \cdot g \cdot h$ , όπου  $g$  είναι η ένταση του βαρυτικού πεδίου της  $Gης$  και  $h$  είναι το ύψος πάνω από ένα επίπεδο που επιλέγεται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

Αν το σώμα έχει υπολογίσιμες διαστάσεις (στερεό σώμα),  $h$  είναι το ύψος του κέντρου μάζας πάνω από ένα επίπεδο που επιλέγεται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

Η δύναμη που παραμορφώνει ένα ελατήριο μεταβιβάζει ενέργεια σε αυτό μέσω του έργου της. Η ενέργεια αυτή αποθηκεύεται στο ελατήριο με τη μορφή δυναμικής ενέργειας λόγω της ελαστικής παραμόρφωσης και υπολογίζεται από τη σχέση  $U_{ελ} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$ , όπου  $x$  είναι η συνολική παραμόρφωση και  $k$  η σταθερά του ελατηρίου.

### Αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας (ΑΔΜΕ), Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ), Αρχή διατήρησης ενέργειας (ΑΔΕ).

Σε ένα σύστημα σωμάτων στα οποία ασκούνται μόνο διατηρητικές δυνάμεις (πχ βαρυτικές, ελαστικότητας, ηλεκτροστατικές) το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας, δηλαδή η μηχανική ενέργεια, διατηρείται σταθερή σε κάθε μεταβολή. Δηλαδή  $K_{ολ,1} + U_{ολ,1} = K_{ολ,2} + U_{ολ,2}$ . Οι δείκτες 1 και 2 αναφέρονται σε δυο διαφορετικές καταστάσεις, χρονικές στιγμές κλπ του συστήματος.

Αν το σύστημα αποτελείται από ένα σώμα μάζας  $m$  και τη Γη, τότε για λόγους απλούστευσης, όμως καταχρηστικά, δεν αναφερόμαστε στο σύστημα σώμα-Γη αλλά μόνο στο σώμα. Δηλαδή εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ, ως αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας του σώματος.

Είναι γνωστό ότι η μεταβολή της κινητικής κατάστασης ενός σώματος αποδίδεται στις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό. Επίσης υπενθυμίζουμε ότι το έργο δύναμης εκφράζει την ενέργεια που μεταβιβάζεται ή μετατρέπεται σε άλλη μορφή.

Αποδεικνύεται ότι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος που κάνει μεταφορική κίνηση, κατά τη διάρκεια μιας μετατόπισής του, είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που ασκήθηκαν σε αυτό.

Δηλαδή  $\Delta K = \Sigma W = W_1 + W_2 + \dots + W_n$ .

Η προηγούμενη σχέση ισχύει για οπουδήποτε περίπτωση δυνάμεων και είδος κίνησης.

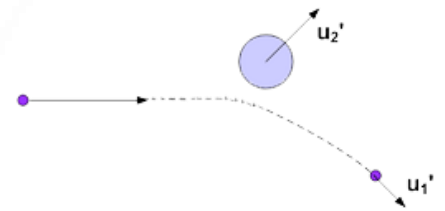
Σε ένα σύστημα που δεν ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του ή δεν έχει περιβάλλον (σύμπαν), η συνολική ενέργεια διατηρείται σταθερή. Η πρόταση αυτή είναι γνωστή ως Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας.

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

**ΚΡΟΥΣΗ** : Σύγκρουση δύο σωμάτων που διαρκεί ελάχιστο χρόνο.

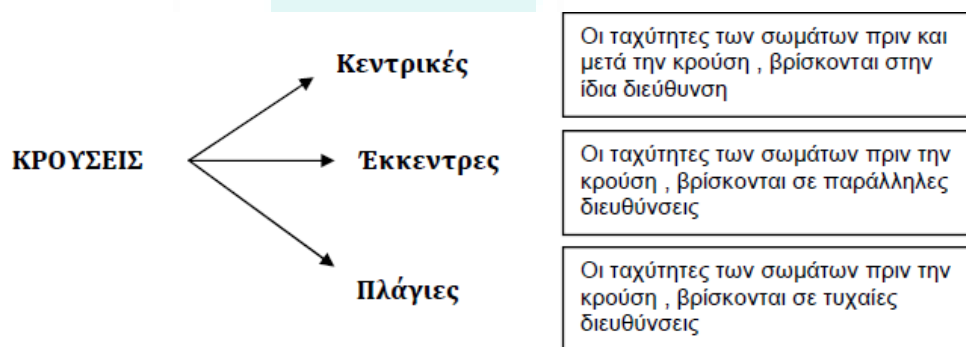
Κατά τη διάρκεια της κρούσης εμφανίζονται πολύ ισχυρές δυνάμεις με αποτέλεσμα την κινητική κατάσταση των σωμάτων να μεταβάλλεται απότομα.

Η έννοια της **κρούσης** είναι διευρυμένη στην περίπτωση του μικρόκοσμου, όπου τα συγκρουόμενα σώματα δεν έρχονται υποχρεωτικά σε επαφή. Όταν για παράδειγμα ένα σωματίο  $a$  κινείται προς έναν ακίνητο πυρήνα, οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων γίνονται πολύ ισχυρές όταν τα σώματα πλησιάσουν με αποτέλεσμα να μεταβάλλονται απότομα οι κινητικές καταστάσεις των σωμάτων, **χωρίς** αυτά να έρχονται τελικά σε **επαφή**. Η ιδιαίτερη αυτή περίπτωση κρούσης ονομάζεται **σκέδαση**.



### Είδη κρούσεων:

Με κριτήριο τις διευθύνσεις των ταχυτήτων πριν την κρούση



Σε κάθε κρούση, επειδή οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στο σύστημα είναι εσωτερικές, δίνουν συνισταμένη μηδέν, άρα το σύστημα είναι μονωμένο και ισχύει πάντα η **αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.)**:  $\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}$ .

### Είδη κρούσεων:

Με κριτήριο τη διατήρηση ή μη της μηχανικής ενέργειας του συστήματος

**ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ** : οι κρούσεις στις οποίες διατηρείται η ολική κινητική ενέργεια των σωμάτων που συγκρούονται.

**ΕΠΙΣΗΣ**, **Ελαστική** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρείται. Δηλαδή:  $E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}}$ .

Προσοχή: Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή, όχι η ενέργεια κάθε σώματος.

Με δεδομένο ότι η χρονική διάρκεια μιας κρούσης είναι πολύ μικρή, θεωρούμε ότι πρακτικά η κρούση δύο σωμάτων συμβαίνει σε ένα σημείο του χώρου και τα σώματα δεν μετακινούνται κατά τη διάρκεια της. Έτσι η δυναμική ενέργεια των σωμάτων παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της κρούσης. Συνεπώς η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων μεταπίπτει σε διατήρηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων. Έτσι, αν  $K_{ολ(αρχ)}$  είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση και  $K_{ολ(τελ)}$  αμέσως μετά, θα πρέπει:  $K_{ολ(αρχ)} = K_{ολ(τελ)}$ .

**ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΕΣ** : οι κρούσεις στις οποίες ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα .

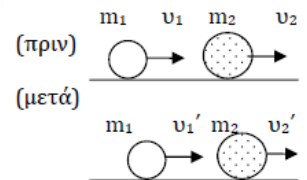
**ΠΛΑΣΤΙΚΕΣ** : ειδική περίπτωση ανελαστικών κρούσεων κατά τις οποίες τα σώματα μετά τη κρούση αποτελούν συσσωμάτωμα και κινούνται με την ίδια ταχύτητα.

- Απώλειες κατά την κρούση :  $\Delta E = E_{τελ} - E_{αρχ}$
- Ποσοστό % απωλειών:  $\frac{\Delta E}{E_{αρχ}} = \frac{E_{τελ} - E_{αρχ}}{E_{αρχ}} \cdot 100\%$

### ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Έστω δύο σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  που κινούνται με ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$  αντίστοιχα. Συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση κινούνται με ταχύτητες  $v_1'$  και  $v_2'$ . Επειδή η κρούση είναι ελαστική, θα ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής (Α.Δ.Ο.) και η αρχή διατήρησης κινητικής ενέργειας (Α.Δ.Κ.Ε.) Αποδεικνύεται ότι οι ταχύτητες μετά τη κρούση θα είναι :

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$



Περιπτώσεις :

**A.** Αν τα σώματα έχουν **ίσες μάζες**  $m_1 = m_2 = m$ , τότε:  $v_1' = v_2$  και  $v_2' = v_1$ , δηλαδή τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες.

**B.** Αν το 2ο σώμα ήταν αρχικά ακίνητο,  $v_2 = 0$  τότε :

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

**B1.** Αν η δεύτερη σφαίρα είναι πολύ μεγάλη  $m_1 \ll m_2$ , τότε:  $v_1' = -v_1$  και  $v_2' = 0$ , δηλαδή η μεγάλη σφαίρα παραμένει ακίνητη, ενώ η μικρή γυρίζει πίσω με την ίδια ταχύτητα.

**B2.** Αν η πρώτη σφαίρα είναι πολύ μεγάλη  $m_1 \gg m_2$ , τότε  $v_1' = v_1$  και  $v_2' = 2v_1$ , δηλαδή η μεγάλη σφαίρα συνεχίζει με την ίδια ταχύτητα, ενώ η μικρή πετάγεται εμπρός με διπλάσια ταχύτητα.

**Ανελαστική** ονομάζεται η κρούση στην οποία ένα μέρος της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα. Δηλαδή:  $E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} + Q$ , όπου  $Q$  το ποσό θερμότητας.

Και σε αυτήν την περίπτωση σύμφωνα με τη διευκρίνιση που παρουσιάστηκε στην περίπτωση της ελαστικής κρούσης, η θερμότητα  $Q$  προέρχεται από τη μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων.

Συνεπώς:  $K_{ολ(αρχ)} = K_{ολ(τελ)} + Q$ .

Μία περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η **πλαστική** κρούση, κατά την οποία το ένα σώμα «σφηνώνεται» στο άλλο με αποτέλεσμα να δημιουργείται συσσωμάτωμα.

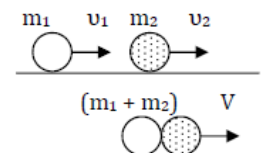
### ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Τα σώματα αμέσως μετά τη κρούση, αποτελούν συσσωμάτωμα και κινούνται με ταχύτητα  $V$ .

$$(Α.Δ.Ο.) \quad \vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V \rightarrow V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$Η \text{ ενέργεια που χάθηκε είναι } \Delta E = K_{τελ} - K_{αρχ} \rightarrow \Delta E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 - \frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

Δηλαδή:  $E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} + Q$ , όπου  $Q$  το ποσό θερμότητας.



Και σε αυτήν την περίπτωση σύμφωνα με τη διευκρίνιση που παρουσιάστηκε στην περίπτωση της ελαστικής κρούσης, η θερμότητα  $Q$  προέρχεται από τη μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων.

Συνεπώς:  $K_{ολ(αρχ)} = K_{ολ(τελ)} + Q$ .

## ΠΛΑΓΙΑ ΚΡΟΥΣΗ

Τα σώματα έχουν τυχαίες διευθύνσεις και συγκρούονται. Εφαρμόζω διανυσματική άθροιση ή αναλύω σε άξονες και εφαρμόζω Α.Δ.Ο. σε κάθε άξονα ξεχωριστά.

### Προσοχή

Όταν γίνεται η κρούση εφαρμόζω πάντα **Α.Δ.Ο.**.

Μετά ή πριν τη κρούση αν έχω κίνηση, εφαρμόζω **Θ.Μ.Κ.Ε.** (θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας) για να βρω τη ταχύτητα με την οποία θα συγκρουστούν τα σώματα ή την απόσταση που θα διανύσουν. Προαπαιτούμενες γνώσεις:

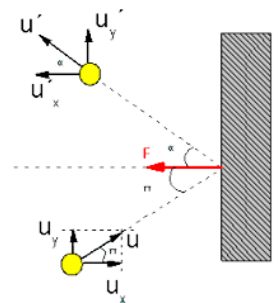
- (ΘΜΚΕ) :  $K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ}$ .
- Το έργο σταθερής δύναμης είναι  $W = F \cdot s \cdot \cos\theta$  ( $\theta$  η γωνία του διανύσματος της δύναμης με τον φορέα κίνησης)
- Έργο βάρους:  $W = m \cdot g \cdot h$ , ( $h$  η κατακόρυφη υψομετρική διαφορά αρχικής – τελικής θέσης)
- Έργο τριβής  $W = -T \cdot s \cdot \cos\theta = -\mu \cdot N \cdot s \cdot \cos\theta$

Το Θ.Μ.Κ.Ε. εφαρμόζεται για ένα σώμα όταν κινείται μεταξύ δύο θέσεων (αρχική – τελική) ή για σύστημα σωμάτων (για μονωμένα συστήματα)

- Σχέση κινητικής ενέργειας – ορμής:  $K = \frac{p^2}{2m}$

### ii. Ισότητα της γωνίας πρόσπτωσης με τη γωνία ανάκλασης όταν σφαίρα συγκρούεται πλάγια και ελαστικά με ακλόνητο εμπόδιο.

Θεωρούμε μία σφαίρα μάζας  $m$  η οποία προσκρούει σε κατακόρυφο τοίχο, έτσι ώστε η ταχύτητα της να σχηματίζει με την κάθετη στον τοίχο γωνία  $\pi$ . Αναλύουμε την ταχύτητα  $u$  σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες, μια κάθετη στο εμπόδιο και μία παράλληλη στο εμπόδιο. Η σύγκρουση αφορά τη συνιστώσα η οποία είναι κάθετη στο εμπόδιο, δηλαδή την  $u_x$ . Στη διεύθυνση αυτή το σώμα δέχεται δύναμη από ακλόνητο εμπόδιο, άρα δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε την Αρχή Διατήρησης Ορμής. Στη διεύθυνση που είναι παράλληλη στο εμπόδιο η ορμή θα παραμένει σταθερή, αφού δεν ασκείται δύναμη στη σφαίρα. Άρα και οι αντίστοιχες συνιστώσες πριν και μετά την κρούση είναι ίσες. Δηλαδή  $u_y = u'_y$  (1)



Η κρούση είναι ελαστική, άρα η κινητική ενέργεια διατηρείται:  $K = K'$  ή  $\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mu'^2$  ή  $u^2 = u'^2$ . (2)

Από τις (1) και (2):

$$u^2 = u'^2 \Rightarrow \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_x'^2 + u_y'^2} \Rightarrow |u_x| = |u_x'| \Rightarrow u_x = -u_x'$$

Επίσης, από την (1) έχουμε:

$u_y = u'_y \Rightarrow \eta\mu\pi = \eta\mu\alpha \Rightarrow \pi = \alpha$ , δηλαδή η γωνία πρόσπτωσης ισούται με τη γωνία ανάκλασης.